

**Задача с решением по численным методам**  
**Тема: интерполяционный многочлен Ньютона**

**ЗАДАНИЕ.**

Дана таблица значений функции. Используя интерполяционный многочлен Ньютона вычислить значение функции при  $x = 0.077$ .

x	y
0.00	1.000
0.20	1.179
0.40	1.310
0.60	1.390
0.80	1.414

**РЕШЕНИЕ.** Многочлен Лагранжа для пяти узлов интерполирования запишется так:

$$L_5(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)} +$$
$$+ y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)} + y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)} +$$
$$+ y_3 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)} + y_4 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}.$$

Применяя формулу Лагранжа, получим (произведем расчет последовательно по слагаемым, для упрощения выражений используем функцию Mathcad для работы с символьными выражениями «Развернуть»):

$$a) 1 \cdot \frac{(x-0.2)(x-0.4)(x-0.6)(x-0.8)}{(0-0.2)(0-0.4)(0-0.6)(0-0.8)} =$$
$$= 26.042x^4 - 52.083x^3 + 36.458x^2 - 10.417x + 1.$$
$$б) 1.179 \cdot \frac{(x-0)(x-0.4)(x-0.6)(x-0.8)}{(0.2-0)(0.2-0.4)(0.2-0.6)(0.2-0.8)} =$$
$$= -122.725x^4 + 221.0625x^3 - 127.725x^2 + 23.58x$$
$$в) 1.31 \cdot \frac{(x-0)(x-0.2)(x-0.6)(x-0.8)}{(0.4-0)(0.4-0.2)(0.4-0.6)(0.4-0.8)} =$$
$$= 206.688x^4 - 327.5x^3 + 155.562x^2 - 19.65x$$
$$г) 1.39 \cdot \frac{(x-0)(x-0.2)(x-0.4)(x-0.8)}{(0.6-0)(0.6-0.2)(0.6-0.4)(0.6-0.8)} =$$
$$= -144.792x^4 + 202.708x^3 - 81.083x^2 + 9.267x$$

$$\begin{aligned} \text{д) } 1.414 \cdot \frac{(x-0)(x-0.2)(x-0.4)(x-0.6)}{(0.8-0)(0.8-0.2)(0.8-0.4)(0.8-0.6)} &= \\ &= 36.823x^4 - 44.187x^3 + 16.202x^2 - 1.7675x \end{aligned}$$

Суммируем результаты выражений а, б, в, г, д и получаем многочлен Лагранжа четвертой степени:

$$\underline{L_5(x) = -0.0521x^4 - 0.5854x^2 + 1.0125x + 1.}$$