

Задача по эконометрике с полным решением

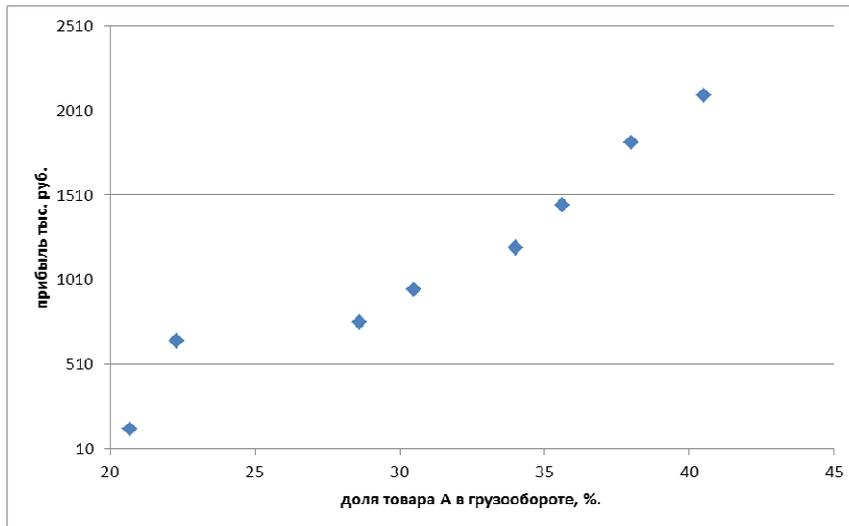
Условие. В таблице приведены данные о прибыли Y (в тыс. руб.) в зависимости от доли товара A в грузообороте X (%).

x_i	34	38	30,5	28,6	20,7	22,3	35,6	40,5
y_i	1200	1820	950	760	129	650	1450	2100

1. Построить корреляционное поле. Выдвинуть предположение о характере статистической зависимости между переменными X и Y .
2. Найти параметры линейного уравнения регрессии $\hat{y}_i = bx_i + a$. Поясните экономический смысл выборочного коэффициента регрессии.
3. Найти коэффициент парной корреляции и оценить тесноту связи на основе таблицы Чеддока.
4. Найти коэффициент детерминации R^2 .
5. Оценить статистическую значимость уравнения регрессии на уровне 0,05, используя F -статистику.
6. Полученное уравнение регрессии изобразить графически. Сделать вывод о качестве построенной модели.
7. Вычислить прогнозное значение при прогнозном значении x_0 , составляющем 130% от среднего уровня x .

Решение

1. Построим корреляционное поле:



Анализ рисунка позволяет сделать предположение о наличии сильной линейной зависимости прибыли Y от доли товара A в грузообороте X . При этом связь имеет положительную тенденцию, т.е. с увеличением доли товара A в грузообороте увеличивается прибыль.

2. Составим расчетную таблицу.

№	x	y	xy	x^2	y^2
1	34	1200	40800	1156	1440000
2	38	1820	69160	1444	3312400
3	30,5	950	28975	930,25	902500
4	28,6	760	21736	817,96	577600
5	20,7	129	2670,3	428,49	16641
6	22,3	650	14495	497,29	422500
7	35,6	1450	51620	1267,36	2102500
8	40,5	2100	85050	1640,25	4410000
Сумма	250,2	9059	314506,3	8181,6	13184141
Среднее	31,28	1132,38	39313,29	1022,70	1648017,63

Найдем параметры линейного уравнения регрессии по формулам:

$$b = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} = \frac{39313,29 - 31,28 \cdot 1132,38}{1022,7 - 31,28^2} = 87,455$$

$$a = \overline{y} - b\overline{x} = 31,28 - 87,455 \cdot 1132,38 = -1602,785$$

Таким образом, уравнение регрессии:

$$y = -1602,785 + 87,455x$$

Задача по эконометрике с решением. Выполнена в <https://www.matburo.ru/>

©МатБюро – Решение задач по математике, статистике, экономике, программированию

Выборочный коэффициент регрессии b показывает, что при увеличении доли товара А в грузообороте на 1 % прибыль предприятия в среднем увеличивается на 87,455 тыс. руб.

3. Найдем коэффициент парной корреляции по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}} = \frac{39913,29 - 31,28 \cdot 1132,38}{\sqrt{(1022,7 - 31,28^2)(1648017,63 - 1132,38^2)}} = 0,965$$

Таким образом, линейная связь между переменными X и Y прямая, очень сильная.

4. Коэффициент детерминации:

$$R^2 = r_{xy}^2 = 0,965^2 = 0,9321$$

Таким образом, изменение прибыли Y на 93,21% обусловлено изменением доли товара А в грузообороте X и на 6,79% – действием других неучтенных в модели факторов.

5. Оценим статистическую значимость уравнения регрессии, используя F-статистику с 95% надежностью.

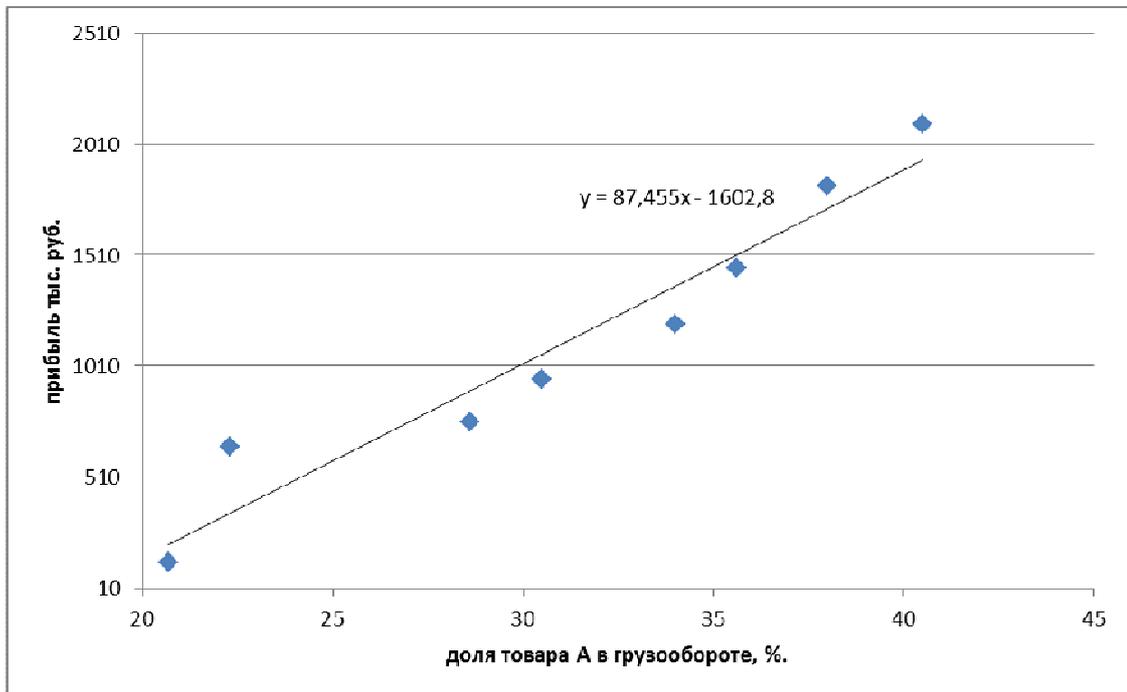
С помощью критерия Фишера проверяется нулевая гипотеза H_0 о статистической незначимости уравнения регрессии. Конкурирующая гипотеза – уравнение регрессии статистически значимо.

$$F_{набл} = \frac{R^2}{1-R^2} n - 2 = \frac{0,9321}{1-0,9321} \cdot 6 = 137,35$$

$$F_{табл} = 5,99$$

Вывод: расчетное значение F критерия 62,39 больше табличного 5,99 – коэффициент детерминации и регрессия в целом значимы на уровне 0,05.

6. Построим линейное уравнение регрессии



7. Вычислим прогнозное значение y_0 при прогнозном значении x_0 , составляющем 130% от среднего уровня \bar{x} :

$$y_0 = 19,601 + 0,011 \cdot (1,3x_0) = -1602,785 + 87,455 \cdot (1,3 \cdot 31,28) = 1953,458 \text{ тыс.руб.}$$