

Решение задачи по теории поля скачано с
https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=mafield

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

Теория поля Работа векторного поля

ЗАДАНИЕ.

Найдите работу векторного поля $A = (2xy - y; x^2 + x)$ по перемещению материальной точки вдоль окружности $x^2 + y^2 = 4$ из $M(2; 0)$ в $K(-2; 0)$

РЕШЕНИЕ.

Сделаем замену переменных $x = 2 \cos t, y = 2 \sin t$

$$M(2; 0) \Rightarrow 2 \cos t = 2, 0 = 2 \sin t \Rightarrow t = 0$$

$$K(-2; 0) \Rightarrow 2 \cos t = -2, 0 = 2 \sin t \Rightarrow t = \pi$$

Тогда,

$$\begin{aligned} \int_L (2xy - y) dx + (x^2 + x) dy &= \int_0^\pi (2 * 2 \cos t \cdot 2 \sin t - 2 \sin t) d(2 \cos t) + ((2 \cos t)^2 + 2 \cos t) d(2 \sin t) = \\ &= -4 \int_0^\pi (4 \cos t \sin t - \sin t) \sin t dt + (2 \cos^2 t + \cos t) \cos t dt = \\ &= -16 \int_0^\pi \cos t \sin^2 t dt + 4 \int_0^\pi \sin^2 t dt - 8 \int_0^\pi \cos^3 t dt - 4 \int_0^\pi \cos^2 t dt = \\ &= -16 \int_0^\pi \sin^2 t d(\sin t) + 2 \int_0^\pi (1 - \cos 2t) dt - 2 \int_0^\pi (3 \cos t + \cos 3t) dt - 2 \int_0^\pi (1 + \cos 2t) dt = \\ &= -16 \left[\frac{\sin^3 t}{3} \right]_0^\pi + 2 \left[t - \frac{\sin 2t}{2} \right]_0^\pi - 2 \left[3 \sin t + \frac{\sin 3t}{3} \right]_0^\pi - 2 \left[t + \frac{\sin 2t}{2} \right]_0^\pi = \\ &= 16 \left[\frac{\sin^3 \pi - \sin^3 0}{3} \right] + 2 \left[\pi - \frac{\sin 2\pi}{2} \right] - 2 \left[0 - \frac{\sin 0}{2} \right] - 2 \left[3 \sin \pi + \frac{\sin 3\pi}{3} \right] + 2 \left[3 \sin 0 + \frac{\sin 0}{3} \right] - \\ &\quad - 2 \left[\pi + \frac{\sin 2\pi}{2} \right] + 2 \left[0 + \frac{\sin 0}{2} \right] = 0 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: 0