Теория поля
Работа векторного поля

Задание.

Найдите работу векторного поля A=($2xy-y; x^2+x$ *) по перемещению материальной точки вдоль окружности* $x^2+y^2=4$ *из M (2 ; 0) в K (-2 ; 0)*

Решение.

Сделаем замену переменных $x=2\cos t, y=2\sin t$

$M(2;0)\Rightarrow 2\cos t=2, 0=2\sin t\Rightarrow t=0$

$K(-2;0)\Rightarrow 2\cos t=-2, 0=2\sin t\Rightarrow t=\pi$

Тогда,

$$\int_L (2xy-y)\,dx+\left(x^2+x\right)dy=\int_0^\pi (2*2\cos t\cdot 2\sin t-2\sin t)\,d(2\cos t)+\left((2\cos t)^2+2\cos t\right)d(2\sin t)=$$

$$=-4\int_0^\pi (4\cos t\sin t-\sin t)\sin t dt+\left(2\cos^2 t+\cos t\right)\cos t dt=$$

$$=-16\int_0^\pi \cos t\sin^2 t dt+4\int_0^\pi \sin^2 t dt-8\int_0^\pi \cos^3 t dt-4\int_0^\pi \cos^2 t dt=$$

$$=-16\int_0^\pi \sin^2 t d\sin t+2\int_0^\pi (1-\cos 2t)\,dt-2\int_0^\pi (3\cos t+\cos 3t)dt-2\int_0^\pi (1+\cos 2t)\,dt=$$

$$=-16\left[\frac{\sin^3 t}{3}\right]_0^\pi+2\left[t-\frac{\sin 2t}{2}\right]_0^\pi-2\left[3\sin t+\frac{\sin 3t}{3}\right]_0^\pi-2\left[t+\frac{\sin 2t}{2}\right]_0^\pi=$$

$$=16\left[\frac{\sin^3\pi-\sin^3 0}{3}\right]+2\left[\pi-\frac{\sin 2\pi}{2}\right]-2\left[0-\frac{\sin 0}{2}\right]-2\left[3\sin\pi+\frac{\sin 3\pi}{3}\right]+2\left[3\sin 0+\frac{\sin 0}{3}\right]-$$

$$-2\left[\pi+\frac{\sin 2\pi}{2}\right]+2\left[0+\frac{\sin 0}{2}\right]=0$$

ОТВЕТ: 0