

Тема: аналитическая геометрия в пространстве

ЗАДАНИЕ. Найти угол между плоскостью α и прямой, проходящей через начало координат и точку $M(-2, 4, -3)$. Вычислить расстояние от точки M до плоскости α : $x + 5y + 7z - 2 = 0$.

РЕШЕНИЕ.

Так как прямая проходит через начало координат и точку $M(-2, 4, -3)$, ее направляющий вектор равен $\vec{a} = \overline{OM} = \{-2 - 0, 4 - 0, -3 - 0\} = \{-2, 4, -3\}$.

Так как уравнение плоскости α имеет вид $x + 5y + 7z - 2 = 0$, то вектор нормали к плоскости, это $\vec{n} = \{1, 5, 7\}$.

Теперь можно найти угол β между плоскостью α и прямой по формуле:

$$\sin \beta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{-2 \cdot 1 + 4 \cdot 5 - 3 \cdot 7}{\sqrt{4 + 16 + 9} \sqrt{1 + 25 + 49}} = \frac{-2 + 20 - 21}{\sqrt{29} \sqrt{75}} = \frac{-3}{\sqrt{29} \sqrt{75}},$$

$$\text{откуда } \beta = \arcsin\left(\frac{-3}{\sqrt{29} \sqrt{75}}\right) \approx -3,688^\circ$$

Вычислим расстояние от точки $M(-2, 4, -3)$ до плоскости α ($x + 5y + 7z - 2 = 0$) по формуле:

$$d = \frac{|x_M + 5y_M + 7z_M - 2|}{|\vec{n}|} = \frac{|-2 + 5 \cdot 4 + 7 \cdot (-3) - 2|}{\sqrt{75}} = \frac{|-2 + 20 - 21 - 2|}{\sqrt{75}} = \frac{5}{\sqrt{75}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{ОТВЕТ: } \beta \approx 3,688^\circ, d = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$