Аналитическая геометрия на плоскости
Геометрическое место точек
Пример решения задачи

Задача. *Составить уравнение линии, для каждой точки которой расстояние от точки* $A(0;1)$ *вдвое меньше расстояния от прямой* $y=4$.

Решение. Пусть $M(x,y)$ - произвольная точка данной линии. Расстояние до точки $A(0;1)$ равно $d_1=\sqrt{(x-0)^2+(y-1)^2}=\sqrt{x^2+(y-1)^2}$. Расстояние до прямой $y=4$ равно $d_2=\sqrt{(y-4)^2}=|y-4|$.

Получаем:

$$2\sqrt{x^2+(y-1)^2}=|y-4|,$$

$$4\left(x^2+(y-1)^2\right)=(y-4)^2,$$

$$4x^2+4y^2-8y+4=y^2-8y+16,$$

$$4x^2+3y^2-12=0,$$

$$4x^2+3y^2=12,$$

$$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1,$$

$$\frac{x^2}{\sqrt{3}^2}+\frac{y^2}{2^2}=1.$$

Получили $\frac{x^2}{\sqrt{3}^2}+\frac{y^2}{2^2}=1.$ Это каноническое уравнение эллипса с центром в точке (0,0) и полуосями $\sqrt{3}$ и 2.