

Делимость многочленов

Пример решения задачи по алгебре

Задача. Определить, делится ли многочлен $x^{4n-2} - x^{4n-4} + x^{4n-6} - \dots + x^2 - 1$ на $x^4 - 1$.

Решение.

Найдем корни уравнения $x^4 - 1 = 0$:

$$x_{1,2} = \pm 1$$

$$x_{3,4} = \pm i$$

Если $x^{4n-2} - x^{4n-4} + x^{4n-6} - \dots + x^2 - 1$ делится на $x^4 - 1$, то уравнение

$x^{4n-2} - x^{4n-4} + x^{4n-6} - \dots + x^2 - 1 = 0$ должно иметь среди своих корней корни уравнения

$x^4 - 1 = 0$. Однако, если подставить значения $x = \pm i$, то получится $-2n$, что не равно 0,

т.к. $n \in \mathbb{N}$.

Следовательно, не делится.