

Пример решения задачи. Булевы функции. Минимизация

Задача. Для булевой функции f , заданной в таблице 1:

а) найти сокращённую ДНФ; б) найти ядро функции;

в) получить все тупиковые ДНФ и указать, какие из них являются минимальными;

г) на картах Карно указать ядро и покрытия, соответствующие минимальным ДНФ.

$x_1x_2x_3x_4$	f
0000	0
0001	0
0010	1
0011	1
0100	0
0101	1
0110	0
0111	1
1000	1
1001	1
1010	1
1011	0
1100	1
1101	1
1110	0
1111	0

Решение:

а) Карта Карно для сокращённой ДНФ:

x_3, x_4 x_1, x_2	00	01	11 K_6	10
00			1 K_4	1 K_6
01		1 K_3	1 K_5	1 K_7
11	1 K_2	1 K_1		1 K_7
10	1 K_2	1 K_1		1 K_7

$$K_1 = 1x0x = x_1\bar{x}_3;$$

$$K_2 = 10x0 = x_1\bar{x}_2\bar{x}_4;$$

$$K_3 = x101 = x_2\bar{x}_3x_4;$$

$$K_4 = 01x1 = \bar{x}_1x_2x_4;$$

$$K_5 = 0x11 = \bar{x}_1x_3x_4;$$

$$K_6 = 001x = \bar{x}_1\bar{x}_2x_3;$$

$$K_7 = x010 = \bar{x}_2x_3\bar{x}_4.$$

Сокращённая ДНФ:

$$K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7 = x_1\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4.$$

б) Ядровая импликанта $K_1 = 1x0x = x_1\bar{x}_3$, т.к. на карте Карно элементарные конъюнкции $x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$ и $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$ покрыта только этой импликантой.

Следовательно, $K_1 = x_1\bar{x}_3$ – ядро.

в) Получение тупиковых и минимальных ДНФ.

$$\begin{aligned} & (K_3 \vee K_4)(K_4 \vee K_5)(K_5 \vee K_6)(K_6 \vee K_7)(K_2 \vee K_7) = \\ & = (K_3K_4 \vee K_3K_5 \vee K_4 \vee K_4K_5)(K_5K_6 \vee K_5K_7 \vee K_6 \vee K_6K_7)(K_2 \vee K_7) = \\ & = (K_3K_5 \vee K_4)(K_5K_7 \vee K_6)(K_2 \vee K_7) = \\ & = (K_3K_5K_7 \vee K_3K_5K_6 \vee K_4K_5K_7 \vee K_4K_6)(K_2 \vee K_7) = \\ & = K_2K_3K_5K_7 \vee K_2K_3K_5K_6 \vee K_2K_4K_5K_7 \vee K_2K_4K_6 \vee K_3K_5K_7 \vee K_3K_5K_6 \vee K_4K_5K_7 \vee K_4K_6 \\ & K_7 = \\ & = K_2K_4K_6 \vee (K_4K_5K_7 \vee K_2K_4K_5K_7) \vee K_4K_6K_7 \vee (K_3K_5K_7 \vee K_2K_3K_5K_7 \vee K_3K_5K_6K_7) \vee K_2K_3K_5K_6 = \\ & = K_2K_4K_6 \vee K_4K_5K_7 \vee K_4K_6K_7 \vee K_3K_5K_7 \vee K_2K_3K_5K_6. \end{aligned}$$

Присоединяем ядровую импликанту K_1 к каждому полученному члену и получаем 5 тупиковых ДНФ:

- 1) $K_1K_2K_4K_6 = x_1\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$;
- 2) $K_1K_4K_5K_7 = x_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_3x_4 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4$;
- 3) $K_1K_4K_6K_7 = x_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4$;
- 4) $K_1K_3K_5K_7 = x_1\bar{x}_3 \vee x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_3x_4 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4$;
- 5) $K_1K_2K_3K_5K_6 = x_1\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$.

Первые четыре ДНФ состоят из четырёх элементарных конъюнций, а последняя – из пяти. Следовательно, кратчайшими будут первые четыре ДНФ.

Все они состоят из одинакового числа литералов. Следовательно, все они являются минимальными.

г) Карта Карно для минимальной ДНФ $K_1K_2K_4K_6 = x_1\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$;

x_3, x_4 x_1, x_2	00	01	11	10
00			1	1 _{K6}
01		1 _{K1}	1 _{K4}	
11	1	1		
10	1	1		1 _{K2}

Карта Карно для минимальной ДНФ $K_1K_4K_5K_7 = x_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_3x_4 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4$

:

x_3, x_4 x_1, x_2	00	01	11	10
00			1 _{K5}	1 _{K7}
01		1 _{K1}	1 _{K4}	
11	1	1		
10	1	1		1 _{K7}

Карта Карно для минимальной ДНФ $K_1K_4K_6K_7 = x_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4$:

x_3, x_4 x_1, x_2	00	01	11	10
00			1 _{K6}	1 _{K7}
01		1 _{K1}	1 _{K4}	
11	1	1		
10	1	1		1 _{K7}

Карта Карно для минимальной ДНФ $K_1K_3K_5K_7 = x_1\bar{x}_3 \vee x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_3x_4 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4$:

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

x_3, x_4 x_1, x_2	00	01	11	10
00			1	1
01		1	1	1
11	1	1		1
10	1	1		1

К1, К3, К5, К7