

Пример решения задачи. Булевы функции. Минимизация методами Карно и Квайна.

Двумя способами: с помощью карты Карно и методом Квайна найти сокращенную, ядровую и все минимальные дизъюнктивные нормальные формы булевой функции f , заданной вектором значений. Построить минимальную функциональную (над системой $\{\neg, \&, \vee\}$) и минимальную контактную схемы для функции f .

0101101001001110

Решение. Составим таблицу истинности для функции f :

x_1	x_2	x_3	x_4	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Выпишем СДНФ функции:

$$\overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3} x_4 \vee \overline{x_1 x_2} \overline{x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3 x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \vee x_1 \overline{x_2 x_3 x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_3 x_4} \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4}.$$

Выпишем $N_f = \{0001, 0011, 0100, 0110, 1001, 1100, 1101, 1110\}$.

Способ 1. Используем метод карт Карно. Составляем карту Карно для функции 4 переменных. В клетках ставим 1, если на данном наборе функция принимает значение 1 (данный набор присутствует в СДНФ), другие клетки оставляем пустыми. Получаем:

$x_1 x_2 \setminus x_3 x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01	1			1
11	1	1		1
10		1		

Строим сокращенную ДНФ по карте Карно. Склеиваем все соседние пары единиц, а также прямоугольники максимальной величины (те, которые участвовали в склейке, больше не склеиваем), получаем:

$x_1 x_2 \setminus x_3 x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01	1			1
11	1	1		1
10		1		

Получаем $x_2 \overline{x_4}$

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$x_1x_2 \setminus x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01	1			1
11	1	1		1
10		1		

Получаем $\overline{\overline{x_1x_2x_4}}$

$x_1x_2 \setminus x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01	1			1
11	1	1		1
10		1		

Получаем $x_1\overline{x_3x_4}$

$x_1x_2 \setminus x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01	1			1
11	1	1		1
10		1		

Получаем $\overline{\overline{x_2x_3x_4}}$

Итак, $D_{сокp.} = \overline{x_2x_4} \vee \overline{x_1x_2x_4} \vee \overline{x_1x_3x_4} \vee \overline{x_2x_3x_4}$.

Выбираем ядровые импликанты. Им соответствуют такие прямоугольники, после удаления которых получим незакрытую 1. Избыточной является импликанта $\overline{x_2 x_3 x_4}$, так как ее единицы покрыты другими импликантами.

Таким образом, $D_{\text{ядр.}} = x_2 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee x_1 \overline{x_3} x_4$

Поскольку все ядровые импликанты покрыли все 1 карты Карно (и ни одна 1 не покрыта дважды), ядровая ДНФ является минимальной,

$$D_{\text{мин.}} = x_2 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee x_1 \overline{x_3} x_4.$$

Способ 2. Используем метод Квайна. Строим сокращенную ДНФ, используя набор единичных значений $N_f = \{0001, 0011, 0100, 0110, 1001, 1100, 1101, 1110\}$.

Выделяем группы:

$$S_1 = \{(0001), (0100)\},$$

$$S_2 = \{(0011), (0110), (1001), (1100)\},$$

$$S_3 = \{(1101), (1110)\}.$$

Склеиваем конъюнкции в соседних группах, склеиваются все конъюнкции.

Этап 1.

$$(0001) + (0011) \Rightarrow (00-1)$$

$$(0001) + (1001) \Rightarrow (-001)$$

$$(0100) + (0110) \Rightarrow (01-0) \text{ (использовали в этапе 2)}$$

$$(0100) + (1100) \Rightarrow (-100) \text{ (использовали в этапе 2)}$$

$$(0110) + (1110) \Rightarrow (-110)$$

$$(1001) + (1101) \Rightarrow (1-01)$$

$$(1100) + (1101) \Rightarrow (110-) \text{ (использовали в этапе 2)}$$

$$(1100) + (1110) \Rightarrow (11-0) \text{ (использовали в этапе 2)}$$

Этап 2.

$$(01-0) + (11-0) \Rightarrow (-1-0)$$

$$(-100) + (-110) \Rightarrow (-1-0)$$

Итак, получили $D_{\text{сокp.}} = \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4}.$

Строим импликантную таблицу, в столбцах элементарные конъюнкции СДНФ, в строках – простые импликанты сокращенной ДНФ. Ставим в ячейке плюс, если простая импликанта покрывает элементарную конъюнкцию.

Получаем:

	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}$							
$\overline{x_2} \overline{x_4}^*$			+	+		+		+
$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4}^*$	+	+						
$\overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}$	+				+			
$\overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}$				+				+
$\overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4}^*$					+		+	

Выбираем столбцы, содержащие только по одному плюсу (это столбцы 2, 3, 6, 7), импликанты строк, соответствующих этим плюсам попадают в ядровую

ДНФ, то есть $D_{\text{ядр.}} = x_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4 \vee x_1 \bar{x}_3 x_4$ (пометили эти импликанты *). Теперь вычеркиваем строки (отмечаем серой заливкой), соответствующие ядровым импликантам, а затем столбцы, содержащие отмеченные клетки в вычеркнутых строках (это все столбцы). Получаем:

	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	$\bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	$x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$	$x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	$x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$
$x_2 \bar{x}_4$ *			+	+			+	
$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4$ *	+	+						
$x_2 \bar{x}_3 x_4$	+					+		
$x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$				+				+
$\bar{x}_1 \bar{x}_3 x_4$ *					+		+	

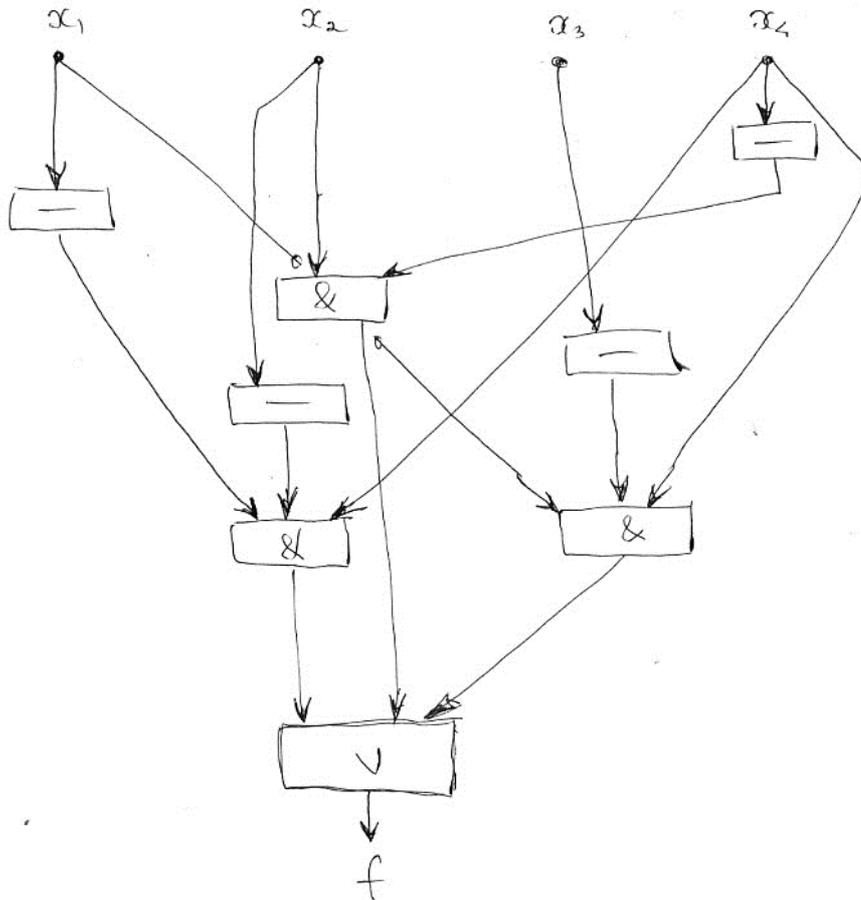
Искомая минимальная ДНФ имеет вид $D_{\text{мин.}} = x_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4 \vee x_1 \bar{x}_3 x_4$.

Построим минимальную функциональную (над системой $\{\neg, \&, \vee\}$) схему для функции f .

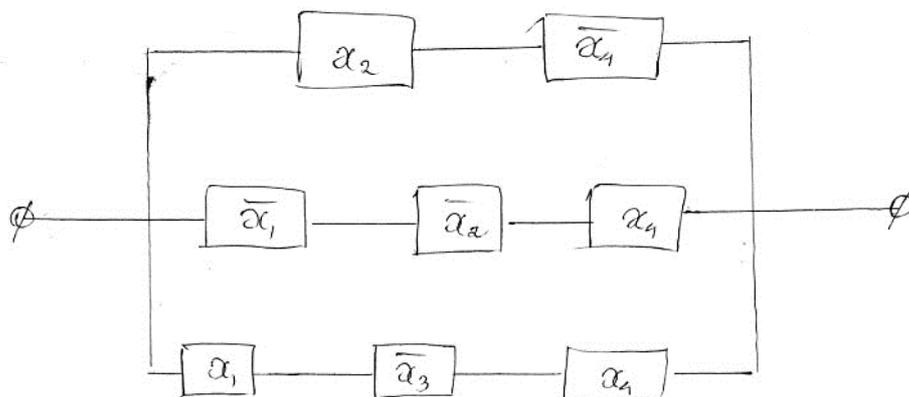
Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике



Построим минимальную контактную схему для функции f .



Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике