

## Метод математической индукции

### Пример решения задачи на доказательство равенства

**Задание.** Доказать методом математической индукции:

$$p + (p + 1) + (p + 2) + \dots + (p + n) = \frac{(2p + n)(n + 1)}{2}$$

**Решение.**

Проверим при  $n = 1$ :

$$p + (p + 1) = \frac{(2p + 1)(1 + 1)}{2}; \quad 2p + 1 = 2p + 1$$

Проверим при  $n = 2$ :

$$p + (p + 1) + (p + 2) = \frac{(2p + 2)(2 + 1)}{2}; \quad 3p + 3 = 3(p + 1)$$

Теперь предположим, что равенство верно для  $n = k$ , то есть выполняется

$$p + (p + 1) + (p + 2) + \dots + (p + k) = \frac{(2p + k)(k + 1)}{2}$$

Докажем, что тогда равенство выполняется и для  $n = k + 1$ :

$$\begin{aligned} & p + (p + 1) + (p + 2) + \dots + (p + k) + (p + k + 1) \\ &= \frac{(2p + k)(k + 1)}{2} + (p + k + 1) = \\ &= \frac{(2p + k)(k + 1) + (2p + 2k + 2)}{2} = \frac{2pk + k^2 + 4p + 3k + 2}{2} = \\ &= \frac{(2pk + k) + (4p + 2) + (k^2 + 2k)}{2} = \frac{k(2p + 1) + 2(2p + 1) + k(k + 2)}{2} = \\ &= \frac{(k + 2)(2p + 1) + k(k + 2)}{2} = \frac{(k + 2)(2p + k + 1)}{2} \end{aligned}$$

Задача скачана с сайта [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

Еще примеры: [https://www.matburo.ru/ex\\_dm.php?p1=dmmmi](https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmmmi)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$p + (p + 1) + (p + 2) + \dots + (p + k) + (p + k + 1) = \frac{(2p + k + 1)(k + 2)}{2}$$

Итак, если равенство выполняется для  $n = k$ , то оно выполняется и для  $n = k + 1$ , и, так как оно выполняется для  $n = 1, n = 2$ , по индукции оно выполняется для любого  $n$ .