

Математическая статистика для психологов

Пример решения задачи

Задача. Были протестированы две группы студентов. Тест содержал 50 вопросов. Указано число правильных ответов каждого участника теста. Можно ли утверждать, что одна из групп превзошла другую группу по результатам теста?

Группа 1 45, 40, 44, 38

Группа 2 44, 43, 40, 37, 36

Решение.

Используем критерий U - критерий Манна-Уитни.

Гипотезы.

H_0 : Уровень признака в группе 2 не ниже уровня признака в группе 1.

H_1 : Уровень признака в группе 2 ниже уровня признака в группе 1.

Ограничения критерия U.

1. В каждой выборке должно быть не менее 3 наблюдений: $n_1, n_2 \geq 3$; допускается, чтобы в одной выборке было 2 наблюдения, но тогда во второй их должно быть не менее 5.

2. В каждой выборке должно быть не более 60 наблюдений; $n_1, n_2 \leq 60$. Однако уже при $n_1, n_2 > 20$ ранжирование становится достаточно трудоемким.

Ограничения соблюдаются.

Ранжируем наблюдения.

Меньшему значению начисляется меньший ранг. Наименьшему значению начисляется ранг 1.

Наибольшему значению начисляется ранг, соответствующий количеству ранжируемых значений.

Количество ранжируемых значений = $4 + 5 = 9$.

Минимум 36 – ранг 1.

Максимум 45- ранг 9.

Если несколько значений равны, им начисляется ранг, представляющий собой среднее значение из тех рангов, которые они получили бы, если бы не были равны.

Группа 1	Ранг	Группа 2	Ранг
45	9		
44	7,5	44	7,5
		43	6
40	4,5	40	4,5
38	3		
		37	2
		36	1
сумма	24	сумма	21

$$\text{Общая сумма} = \frac{9 \cdot (9+1)}{2} = 45 = 24 + 21.$$

Мы видим, что по уровню невербального интеллекта более "высоким" рядом оказывается выборка группы 1. Именно на эту выборку приходится большая ранговая сумма: 24.

Теперь мы готовы сформулировать гипотезы:

H_0 : Группа 1 не превосходит группу 2 по результатам теста.

H_1 : Группа 1 превосходит группу 2 по результатам теста.

Определить значение U по формуле:

$$U = (n_1 \cdot n_2) + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T_x$$

где n_1 - количество испытуемых в группе 1;

n_2 - количество испытуемых в группе 2;

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_ms.php?p1=mspsy

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

T_x - большая из двух ранговых сумм;

n_x - количество испытуемых в группе с большей суммой рангов.

Определяем эмпирическую величину U :

$$U_{эмп} = (4 \cdot 5) + \frac{4 \cdot (4 + 1)}{2} - 24 = 6.$$

Определяем критические значения для $n_1=4$, $n_2=5$.

$$U_{кр} = \begin{cases} 2, & p \leq 0,05 \\ 0, & p \leq 0,01 \end{cases}$$

6 больше и 1 и 0, $U_{эмп} > U_{кр}$.

H_0 принимается.

Группа 1 не превосходит группу 2 по результатам теста.