

Тема: Непрерывность, точки разрыва

ЗАДАНИЕ. Функция $y = f(x)$ задана различными аналитическими выражениями в различных областях изменения независимой переменной. Найти точки разрыва функции, если они существуют, и построить ее график.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{при } x < -1, \\ 2 - 2x & \text{при } -1 \leq x < 1, \\ \ln x & \text{при } 1 \leq x. \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ: Функция непрерывна на каждом из интервалов $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$.
Исследуем на непрерывность точки $x = -1$, $x = 1$.

Пусть $x = -1$. Найдем пределы слева и справа:

$$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1-0} 2 = 2,$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1+0} (2 - 2x) = 2 + 2 = 4.$$

Пределы слева и справа конечны, но не равны, поэтому в точке $x = -1$ функция терпит разрыв первого рода («скачок»).

Пусть $x = 1$. Найдем пределы слева и справа:

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} (2 - 2x) = 2 - 2 = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+0} \ln x = \ln 1 = 0.$$

Пределы слева и справа конечны и равны, поэтому функция непрерывна в $x = 1$.

Построим график функции:

