

Тема: определенный интеграл (метод интегрирования по частям)

ЗАДАНИЕ. Вычислить определенный интеграл.

$$\int_1^{e^3} \sqrt[3]{x} \ln x dx$$

РЕШЕНИЕ:

Интегрируем по частям $\int u dv = uv - \int v du$:

$$\int_1^{e^3} \sqrt[3]{x} \ln x dx = \left. \begin{array}{l} u = \ln x \quad du = \frac{dx}{x} \\ dv = x^{1/3} dx \quad v = \frac{3}{4} x^{4/3} \end{array} \right| = \frac{3}{4} x^{4/3} \ln x \Big|_1^{e^3} - \frac{3}{4} \int_1^{e^3} x^{4/3} \frac{dx}{x} =$$

$$= \frac{3}{4} (e^4 \ln e^3 - 1^{4/3} \ln 1) - \frac{3}{4} \int_1^{e^3} x^{1/3} dx = \frac{9}{4} e^4 - \frac{9}{16} x^{4/3} \Big|_1^{e^3} = \frac{9}{4} e^4 - \frac{9}{16} (e^4 - 1) = \frac{27}{16} e^4 + \frac{9}{16}.$$

$$\text{ОТВЕТ: } \int_1^{e^3} \sqrt[3]{x} \ln x dx = \frac{27}{16} e^4 + \frac{9}{16}.$$