

Тема: вычисление объема тела вращения с помощью интеграла

ЗАДАНИЕ. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигур, ограниченных линиями $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = 0$.

РЕШЕНИЕ:

Сделаем схематический чертеж сечения фигуры.



Тогда объем тела вращения равен:

$$V_x = \pi \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx + \pi \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi/2} (1 - \cos 2x) dx + \frac{\pi}{2} \int_{\pi/2}^{\pi} (1 + \cos 2x) dx =$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\pi/2} + \frac{\pi}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_{\pi/2}^{\pi} = \frac{\pi}{2} \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi^2}{2}.$$

ОТВЕТ: $\frac{\pi^2}{2}$.