

Прикладная математика

Пример решения задачи о работе цехов

Задача. Малое предприятие имеет два цеха - A и B . Каждому установлен месячный план выпуска продукции. Известно, что цех A свой план выполняет с вероятностью p_1 . Вероятность выполнения плана цехом B при условии, что цех A выполнит свой план, равна p_2 . Известно также, что с вероятностью p_3 может сложиться ситуация, когда ни один из цехов свой план не выполнит.

Если оба цеха выполняют свои планы в предстоящий месяц, то предприятие увеличит свой счет в банке на 5 единиц, если оба не выполняют – снимет со счета 4 единицы, если цех A выполнит, а цех B нет - увеличит счет только на 2 единицы, если же цех A не выполнит, а цех B выполнит – сократит свой счет на 1 единицу.

Требуется:

1. определить вероятность выполнения плана цехом B .
2. выяснить, зависит ли выполнение плана цехом A от того, выполнит или нет свой план цех B .
3. найти вероятность того, что предприятию придется снимать деньги со счета в банке.
4. определить, на сколько и в какую сторону (увеличения-уменьшения) изменится в среднем счет предприятия в банке по результатам работы в предстоящем месяце (ожидаемое изменение счета в банке).

$$p_1 = 0,6, p_2 = 1/6, p_3 = 0,2$$

Решение. Введем события:

A = (Цех A выполнит план),

B = (Цех B выполнит план).

Соответственно,

\bar{A} = (Цех A не выполнит план),

\bar{B} = (Цех B не выполнит план).

По условию известны следующие вероятности:

$$P(A) = p_1 = 0,6, \quad P(B|A) = p_2 = 1/6, \quad P(\bar{A}\bar{B}) = p_3 = 0,2.$$

Известно, что события AB , $A\bar{B}$, $\bar{A}B$ и $\bar{A}\bar{B}$ попарно несовместны и образуют полную группу.

По определению условной вероятности $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$, откуда

$$P(AB) = P(A)P(B|A) = 0,6 \cdot 1/6 = 0,1.$$

Из равенства $P(A) = P(AB) + P(A\bar{B})$ выразим $P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,6 - 0,1 = 0,5$

.

Тогда $P(\bar{A}B) = 1 - P(AB) - P(A\bar{B}) - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - 0,1 - 0,5 - 0,2 = 0,2$.

Найдем из равенства $P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = 0,1 + 0,2 = 0,3$.

Таким образом, вероятность выполнения плана цехом B равна $P(B) = 0,3$.

Выясним, зависит ли выполнение плана цехом A от того, выполнит или нет

свой план цех B . Найдем $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3} \neq P(A) = 0,6$, то есть

выполнение плана цехом A зависит от того, выполнит или нет свой план цех

B .

Найдем вероятность того, что предприятию придется снимать деньги со счета в банке. Составим таблицу всех возможных исходов:

исход	AB	$A\bar{B}$	$\bar{A}B$	$\bar{A}\bar{B}$
результат	5	2	-1	-4
вероятность	0,1	0,5	0,2	0,2

Вероятность того, что предприятию придется снимать деньги со счета в банке (-1 или -4 единицы):

$$P = P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B}) = 0,2 + 0,2 = 0,4.$$

Определим, как изменится в среднем счет предприятия в банке по результатам работы в предстоящем месяце, вычисляя математическое ожидание:

$$M = 5 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,5 - 1 \cdot 0,2 - 4 \cdot 0,2 = 0,5.$$

Счет в среднем увеличится на 0,5 единиц.