

## Пример решения задачи. Бинарные отношения

*Доказать истинность следующего утверждения: если  $P$  и  $S$  – антисимметричны, то  $P \cap S$  – антисимметрично.*

### Доказательство.

Бинарное отношение  $\rho$  на множестве  $X$  называется антисимметричным, если для любых  $x, y$  из  $X$  из принадлежности пар  $(x, y)$  и  $(y, x)$  отношению  $\rho$  следует  $x = y$  [1, с.12].

Пусть  $P$  и  $S$  – антисимметричные отношения. Докажем, что  $P \cap S$  – антисимметричное отношение. Пусть

$$\begin{cases} (x, y) \in P \cap S; \\ (y, x) \in P \cap S; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x, y) \in P, (x, y) \in S; \\ (y, x) \in P, (y, x) \in S; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x, y), (y, x) \in P; \\ (x, y), (y, x) \in S. \end{cases}$$

Поскольку  $P$  и  $S$  – антисимметричные отношения, то из того, что  $(x, y), (y, x) \in P$ , следует, что  $x = y$ , из того, что  $(x, y), (y, x) \in S$ , следует, что  $x = y$ . Таким образом,

$$\begin{cases} (x, y) \in P \cap S; \\ (y, x) \in P \cap S; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x, y), (y, x) \in P; \\ (x, y), (y, x) \in S; \end{cases} \Rightarrow x = y.$$

Мы показали, что если  $(x, y) \in P \cap S$  и  $(y, x) \in P \cap S$ , то  $x = y$ , то есть отношение  $P \cap S$  антисимметричное. Что и требовалось доказать.