Решение задачи линейного программирования двойственным симплекс-методом

ЗАДАНИЕ. *Найти оптимальное решение двойственным симплекс-методом.*

$$Z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \to \min$$

$$\begin{cases} x_2 + x_3 \ge 4 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \ge 2 \end{cases}$$

$x_i \ge 0,\ i = 1, 2, 3.$

РЕШЕНИЕ. Записываем задачу в каноническом виде:

$$Z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \to \min$$

$$\begin{cases} x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_6 = 2 \end{cases}$$

$x_i \ge 0,\ i = 1, 2, 3.$

Решаем задачу двойственным симплекс-методом. Выбираем первый план $X = (0, 0, 0, -4, -6, -2)$ (вообще говоря, недопустимый для данной задачи), и преобразуем его до тех пор, пока он не станет допустимым и оптимальным.

Составляем первую симплекс-таблицу по задаче, базисные переменные x_4, x_5, x_6:

Базис	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**x6**	**b**
x4	0	-1	-1	1	0	0	-4
x5	-2	-1	-2	0	1	0	-6
x6	-2	1	-2	0	0	1	-2
Z	3	2	1	0	0	0	Δ_j

За ключевую принимаем строку с максимальным по абсолютной величине отрицательным b_i. У нас это строка $x5$. За ключевой принимаем столбец с минимальным значением $\left(-\dfrac{\Delta_j}{a_{ij}}\right)$, где $a_{ij} < 0$. Столбец $x3$. Ключевой элемент выделяем в таблице и делаем для него шаг Жордана-Гаусса.

Базис	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**x6**	**b**
x4	1	-0,5	0	1	-0,5	0	-1
x3	1	0,5	1	0	-0,5	0	3
x6	0	2	0	0	-1	1	4
Z	2	1,5	0	0	0,5	0	Δ_j

За ключевую принимаем строку с максимальным по абсолютной величине отрицательным b_i. У нас это строка $x4$. За ключевой принимаем столбец с минимальным значением $\left(-\frac{\Delta_j}{a_{ij}}\right)$, где $a_{ij} < 0$. Столбец $x5$. Ключевой элемент выделяем в таблице и делаем для него шаг Жордана-Гаусса.

Базис	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**x6**	**b**
x5	-2	1	0	-2	1	0	2
x3	0	1	1	-1	0	0	4
x6	-2	3	0	-2	0	1	6
Z	3	2	1	0	0	0	Δ_j

В последней строке нет отрицательных оценок, оптимальный план найден:
$x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = 4$, $Z_{\min} = 4$.