

Тема: Статистика

ЗАДАНИЕ. Имеются данные 6%-ного механического отбора магазинов торговой фирмы по стоимости основных фондов (млрд. руб.):

4,2	2,9
3,1	3,9
1,7	2,8
1,8	2,9
7,1	2,5
4,7	4,9
2,6	5,6
3,1	2
2	4,5
4,8	3,1
3,3	7,2
1,6	2,4
3,5	3,5
5,3	3,2
6,5	1,2

1. На основе приведенных данных произвести группировку магазинов по стоимости основных фондов, выделив 6 групп с равными интервалами.

2. На основе группировки:

полученный ряд распределения изобразить графически;

определить среднюю стоимость основных фондов обследованных магазинов;

определить модальную величину стоимости основных фондов магазинов;

рассчитать показатели вариации стоимости основных фондов магазинов.

3. На основе показателей выборочной совокупности (обследованных магазинов) рассчитать для генеральной совокупности (всех магазинов фирмы):

с вероятностью 0,954 возможные значения средней стоимости основных фондов магазинов;

с вероятностью 0,997 возможные значения доли магазинов фирмы, имеющих стоимость основных фондов до 3,2 млрд. руб.

РЕШЕНИЕ. Произведем сортировку магазинов по стоимости основных фондов. Совокупная стоимость основных фондов равна 107,9 млрд. руб., число обследованных магазинов 30. Определим величину интервала.

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n}, \text{ где } n - \text{ количество групп, а } X_{\max} \text{ и } X_{\min} - \text{ соответственно}$$

максимальный и минимальный элементы ряда.

$$i = \frac{7,2 - 1,2}{6} = \frac{6}{6} = 1 (\text{млрд. руб.})$$

1,2 – 2,2 – 1 группа;

2,2 – 3,2 – 2 группа;

3,2 – 4,2 – 3 группа;

4,2 – 5,2 – 4 группа;

5,2 – 6,2 – 5 группа;

6,2 – 7,2 – 6 группа.

Группировка магазинов по стоимости основных фондов

Стоимость основных фондов, млрд. руб.	Количество магазинов
1,2 – 2,2	6
2,2 – 3,2	10
3,2 – 4,2	5
4,2 – 5,2	4
5,2 – 6,2	2
6,2 – 7,2	3
Всего	30

Полученный ряд распределения изобразим графически.

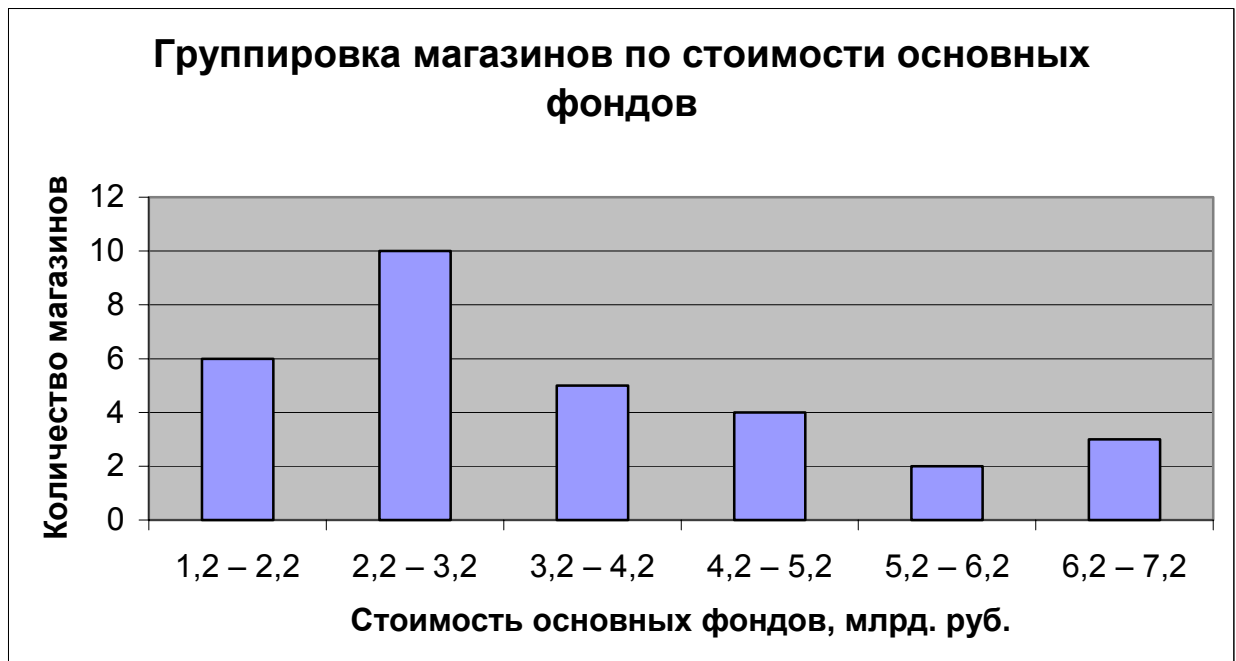


График показывает, что наибольшее число магазинов имеет стоимость основных фондов от 2,2 до 3,2 млрд. руб. По мере возрастания стоимости основных фондов количество магазинов в группах снижается.

Определим среднюю стоимость основных фондов обследованных магазинов по формуле средней арифметической взвешенной (через середины интервалов): $\tilde{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$,

где x_i - середина i -го интервала, f_i - вес i -го варианта.

$$\tilde{x} = \frac{106}{30} = 3,533 \text{ (млрд. руб.)}$$

Определим модальную величину стоимости основных фондов магазинов. Мода – это наиболее часто встречающееся значение признака у единиц совокупности.

Моду находим по формуле

$$Mo = x_0 + h \cdot \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)},$$

где x_0 – нижняя граница модального интервала;

h – величина интервала;

f_2 – частота модального интервала;

f_1 – частота интервала, предшествующего модальному;

f_3 – частота интервала, следующего за модальным.

$$Mo = 2,2 + 1 \cdot \frac{10 - 6}{(10 - 6) + (10 - 5)} = 2,644 \text{ (млрд. руб.)}$$

Рассчитаем показатели вариации стоимости основных фондов:

Размах вариации – абсолютная разность между максимальным и минимальным значениями – вычисляется по формуле $R = X_{\max} - X_{\min}$.

$$R = 7,2 - 1,2 = 6 \text{ (млрд. руб.)}$$

Среднее линейное отклонение представляет собой среднюю величину из отклонений вариантов признака от их средней:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \tilde{x}| f_i}{\sum f_i}, \text{ где } x_i \text{ - } i\text{-й вариант осредняемого признака, } \tilde{x} \text{ - средняя}$$

арифметическая взвешенная, f_i - вес i -го варианта.

Промежуточные расчеты показателей вариации

Стоимость основных фондов, млрд. руб.	Количество магазинов	Середина интервала	$x_i f_i$	$ x_i - \bar{x} \cdot f$	$ x_i - \bar{x} ^2 \cdot f$
1,2 – 2,2	6	1,7	10,2	11	20,167
2,2 – 3,2	10	2,7	27	8,333	6,944
3,2 – 4,2	5	3,7	18,5	0,833	0,139
4,2 – 5,2	4	4,7	18,8	4,667	5,444
5,2 – 6,2	2	5,7	11,4	4,333	9,389
6,2 – 7,2	3	6,7	20,1	9,5	30,083
Всего	30		106	38,667	72,167

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \tilde{x}| f_i}{\sum f_i} = \frac{38,667}{30} = 1,289 \text{ (млрд. руб.)}$$

Дисперсия представляет собой средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины.

$$\sigma^2 = \frac{\sum |x_i - \tilde{x}|^2 f_i}{\sum f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{72,167}{30} = 2,406$$

Среднее квадратическое отклонение определим как корень квадратный из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{2,406} = 1,551 \text{ (млрд. руб.)}$$

Определим коэффициент вариации по формуле:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{1,551}{3,533} \cdot 100\% = 43,9\% \text{ - т.е. совокупность является количественно}$$

неоднородной, т.к. величина показателя превышает 33%.

Рассчитаем с вероятностью 0,954 возможные значения средней стоимости основных фондов. Вычислим предельную ошибку выборки с вероятностью 0,954 ($t=2$):

$$\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2,406}{30} \left(1 - \frac{30}{500}\right)} = 0,549 \text{ (млрд. руб.)}$$

Определим пределы генеральной средней:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_{\bar{x}} = 3,533 \pm 0,549$$

Т.е. с вероятностью 0,954 можно утверждать, что возможные значения средней стоимости основных фондов магазинов находятся в пределах от 2,984 до 4,082 млрд. руб.

Рассчитаем с вероятностью 0,997 возможные значения доли магазинов фирмы, имеющих стоимость основных фондов до 3,2 млрд. руб. В этом случае особенности расчета связаны с определением дисперсии доли, которая вычисляется так:

$$\sigma_w^2 = w(1-w),$$

где $w = \frac{m}{n}$ - доля единиц, обладающим данным признаком в выборочной совокупности, в нашей задаче $m = 15$.

$$w = \frac{15}{30} = 0,5$$

$$\sigma_w^2 = 0,5(1-0,5) = 0,25$$

Предельная ошибка выборки для доли определяется так:

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,25}{30} \left(1 - \frac{30}{500}\right)} = 0,266$$

Пределы доли признака в генеральной совокупности выглядят следующим образом:

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w$$

$$p = 0,5 \pm 0,266$$

$$0,234 \leq p \leq 0,766$$

Т.е. возможные значения доли магазинов, имеющих стоимость основных фондов до 3,2 млрд. руб., находятся в пределах от 23,4% до 76,6%.