

Тема: Статистика

ЗАДАНИЕ. За отчетный период получена информация о выполнении норм выработки и заработной плате 20 рабочих промышленного предприятия:

№ рабочего	Выполнение норм выработки, %	Зарплата, тыс. руб.
1.	102,8	960
2.	72,6	285
3.	84,9	512
4.	108,2	755
5.	93,3	559
6.	115,5	867
7.	104,6	777
8.	87,6	470
9.	148,3	917
10.	95,2	594
11.	122,9	855
12.	104,4	689
13.	100,8	650
14.	90,0	428
15.	99,1	518
16.	96,6	458
17.	100,5	708
18.	113,1	599
19.	128,7	986
20.	73,7	260

На основе приведенных данных необходимо:

1. Установить зависимость между выполнением норм выработки рабочими предприятия и их заработной платой, определить форму связи.
2. Выбрав соответствующее уравнение связи, рассчитать его параметры.
3. Вычислить показатель тесноты связи – коэффициент корреляции.
4. Используя теоретическое уравнение регрессии, сделать прогноз возможного размера заработной платы для рабочего, имеющего выработку 110%.

РЕШЕНИЕ. Отсортируем данные по проценту выполнения норм выработки.

Сортировка данных по проценту выполнения норма выработки

№ рабочего	Выполнение норм выработки, %	Зарботная плата, тыс. руб.
2.	72,6	285
20.	73,7	260
3.	84,9	512
8.	87,6	470
14.	90	428
5.	93,3	559
10.	95,2	594
16.	96,6	458
15.	99,1	518
17.	100,5	708
13.	100,8	650
1.	102,8	960
12.	104,4	689
7.	104,6	777
4.	108,2	755
18.	113,1	599
6.	115,5	867
11.	122,9	855
19.	128,7	986
9.	148,3	917

Построим график зависимости размера зарботной платы от нормы выработки:



Здесь факторным признаком является выполнение нормы выработки, результирующим – заработная плата, изменяющаяся в некоторой зависимости от выполнения нормы выработки, которую мы должны установить.

Определяем тип связи. Очевидно, что связь прямая, так как с увеличением факторного признака происходит увеличение результирующего. Результирующий и факторный признаки изменяются неодинаково, и график функции позволяет сделать вывод о том, что между ними существует параболическая корреляция.

Определим параметры уравнения параболы на основе метода наименьших квадратов, решив систему нормальных уравнений. Исходные данные и расчетные показатели представим в таблице.

$$\begin{cases} na + b \sum x + c \sum x^2 = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 + c \sum x^3 = \sum xy \\ a \sum x^2 + b \sum x^3 + c \sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases}$$
$$\begin{cases} 20a + 2042,8b + 214773,86c = 12847 \\ 2042,8a + 214773,86b + 23257650,69c = 1373406,9 \\ 214773,86a + 23257650,69b + 2595447484c = 150681033,8 \end{cases}$$

Выполняя преобразование Гаусса, находим корни уравнений:

$$\begin{aligned} a &= -1686,692 \\ b &= 34,977 \\ c &= -0,116 \end{aligned}$$

Мы нашли параметры уравнения регрессии:

$$\begin{aligned} \bar{y}_x &= a + bx + cx^2 \\ \bar{y}_x &= -1686,692 + 34,977x - 0,116x^2 \end{aligned}$$

Теперь, подставляя в уравнение значения x , находим \bar{y}_x и заполняем соответствующий столбец таблицы:

Расчет теоретических значений заработной платы

№ рабочего	Выполнение норм выработки, % (X)	Зарплата, тыс. руб.(Y)	X ²	Y _{теор}	Y ²	Y _{теор} ²
2.	72,6	285	5270,76	242,2895	81225	58704,22
20.	73,7	260	5431,69	262,1292	67600	68711,73
3.	84,9	512	7208,01	448,1817	262144	200866,8
8.	87,6	470	7673,76	488,6879	220900	238815,8
14.	90	428	8100	523,2761	183184	273817,9
5.	93,3	559	8704,89	568,6569	312481	323370,6
10.	95,2	594	9063,04	593,6412	352836	352409,8
16.	96,6	458	9331,56	611,5157	209764	373951,4
15.	99,1	518	9820,81	642,3055	268324	412556,3
17.	100,5	708	10100,25	658,9155	501264	434169,6
13.	100,8	650	10160,64	662,4157	422500	438794,6
1.	102,8	960	10567,84	685,2181	921600	469523,8
12.	104,4	689	10899,36	702,7929	474721	493917,9
7.	104,6	777	10941,16	704,9481	603729	496951,8
4.	108,2	755	11707,24	742,1572	570025	550797,3
18.	113,1	599	12791,61	787,9801	358801	620912,7
6.	115,5	867	13340,25	808,3954	751689	653503
11.	122,9	855	15104,41	862,9449	731025	744674
19.	128,7	986	16563,69	896,8349	972196	804312,9
9.	148,3	917	21992,89	953,7135	840889	909569,5
Итого	2042,8	12847	214773,86	12847	9106897	8920332

Вычислим теоретическое корреляционное отношение.

$$\eta_r^2 = \sqrt{\frac{\sigma_{y_x}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{\frac{\bar{y}_x^2 - (\bar{y}_x)^2}{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2}} = \sqrt{\frac{446016,592 - 412613,523}{455344,85 - 412613,523}} = \sqrt{\frac{33403,069}{42731,327}} = \sqrt{0,782} = 0,884$$

Коэффициент говорит о наличии сильной связи между двумя признаками.

Используя теоретическое уравнение регрессии, сделаем прогноз возможного размера заработной платы для рабочего, имеющего выработку 110%.

$$\bar{y}_x = -1686,692 + 34,977x - 0,116x^2$$

$$x = 110\%$$

Подставим это значение в уравнение регрессии, и получим возможный размер заработной платы рабочего:

$$\bar{y}_x = -1686,692 + 34,977 \cdot 110 - 0,116 \cdot 12100 = 757,178 \text{ (тыс. руб.)}$$