

Операционное исчисление. Решение интегрального уравнения

ЗАДАНИЕ.

Решить интегральное уравнение

$$\int_0^t ch(\tau)x(t-\tau) d\tau = t$$

РЕШЕНИЕ. Воспользуемся теоремой об умножении изображений:

$$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau \leftrightarrow F(p)G(p)$$

Пусть $x(t)$ - оригинал, его изображение $X(p)$

$$\int_0^t ch(\tau)x(t-\tau) d\tau \leftrightarrow \frac{p}{p^2-1}X(p)$$

$$t \leftrightarrow \frac{1}{p^2}$$

Получим операторное уравнение:

$$\frac{p}{p^2-1}X(p) = \frac{1}{p^2}$$
$$X = \frac{p^2-1}{p^3} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p^3}$$

$$\frac{1}{p} \leftrightarrow 1$$

$$-\frac{1}{p^3} \leftrightarrow -\frac{1}{2}t^2$$

$$x(p) = 1 - \frac{1}{2}t^2$$

ОТВЕТ: $x(p) = 1 - \frac{1}{2}t^2$