

Проверка гипотезы о распределения по закону Пуассона

ЗАДАНИЕ.

В результате обследования 150 человек были получены данные о количестве приобретаемых за месяц цветных иллюстрированных журналов:

| | | | | | |
|---|----|----|---|---|---|
| Количество приобретаемых журналов в месяц | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Число опрошенных, чел | 91 | 46 | 8 | 3 | 2 |

Соответствует ли данное распределение закону редких событий Пуассона?

РЕШЕНИЕ.

Проверим с помощью χ^2 -критерия Пирсона нулевую гипотезу H_0 = (Число приобретаемых за месяц журналов распределено по закону Пуассона), то есть

$$p_k = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, \dots, \text{ при уровне значимости } 5\%.$$

$$\text{Вычислим выборочную среднюю } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \cdot n_i = \frac{1}{150} (0 + 46 + 16 + 9 + 8) = \frac{79}{150}.$$

$$\text{Примем в качестве оценки } \lambda \text{ среднее число журналов } \lambda = \bar{x} = \frac{79}{150} \approx 0,527.$$

Находим теоретические вероятности $p_k = \frac{0,527^k}{k!} e^{-0,527}$ и теоретические частоты

$n_k' = n \cdot p_k = 150 \cdot p_k$. Результаты вычислений занесем в таблицу:

| k | n_k | p_k | n_k' |
|--------------|------------|--------------|----------------|
| 0 | 91 | 0,591 | 88,586 |
| 1 | 46 | 0,311 | 46,655 |
| 2 | 8 | 0,082 | 12,286 |
| 3 | 3 | 0,014 | 2,157 |
| 4 | 2 | 0,002 | 0,284 |
| Сумма | 150 | 1,000 | 149,967 |

Объединяем малочисленные частоты (две последних строки):

| n_k | n_k' | $\frac{(n_k - n_k')^2}{n_k'}$ |
|--------------|--------|-------------------------------|
| 91 | 88,586 | 0,066 |
| 46 | 46,655 | 0,009 |
| 8 | 12,286 | 1,495 |
| 5 | 2,441 | 2,683 |
| Сумма | | 4,253 |

Из расчетной таблицы находим наблюдаемое значение критерия Пирсона $\chi^2 = 4,253$. Критическая точка для уровня значимости 5% при количестве степеней свободы $k = 4 - 2 = 2$ (число групп минус два) равна 6,0. Так как наблюдаемое значение критерия 4,253 меньше критического значения 6,0, нет основания отвергнуть нулевую гипотезу о распределении числа приобретаемых за месяц цветных иллюстрированных журналов по закону Пуассона.