

## Проверка гипотезы о распределения по равномерному закону

ЗАДАНИЕ.

В некоторой местности в течение 300 суток регистрировалась среднесуточная температура воздуха. В итоге наблюдений было получено эмпирическое распределение, приведенное в таблице 40 (в первом столбце указан интервал температуры в градусах, во втором столбце – частота  $n_i$ , т.е. количество дней, среднесуточная температура которых принадлежит этому интервалу).

$x_{i-1}^0 - x_i^0$	$n_i$	$x_{i-1}^0 - x_i^0$	$n_i$
-40—(-30)	25	0—10	40
-30—(-20)	40	10—20	46
-20—(-10)	30	20—30	48
-10—0	45	30—40	26

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что среднесуточная температура воздуха распределена равномерно.

РЕШЕНИЕ.

Перейдем к простому вариационному ряду, выбрав в качестве вариант середины интервалов.

$x_i$	$n_i$
-35	25
-25	40
-15	30
-5	45
5	40
15	46
25	48
35	26

Вычислим основные числовые характеристики выборки.

Выборочная средняя:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i n_i = \frac{1}{300} 450 = 1,5$$

Найдем выборочную дисперсию:

$$D_B = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 n_i = \frac{1}{300} 136025 \approx 453,417.$$

Найдем выборочное среднеквадратичное отклонение  $\sigma_B = \sqrt{453,417} \approx 21,294$ .

Вычисления проиллюстрированы в таблице ниже:

$x_i$	$n_i$	$x_i n_i$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
-35	25	-875	33306,25
-25	40	-1000	28090

-15	30	-450	8167,5
-5	45	-225	1901,25
5	40	200	490
15	46	690	8383,5
25	48	1200	26508
35	26	910	29178,5
<b>Сумма</b>	<b>300</b>	<b>450</b>	<b>136025</b>

Оценим параметры распределения по формулам:

$$a^* = \bar{x} - \sqrt{3}\sigma_B = 1,5 - \sqrt{3} \cdot 21,294 = -35,382,$$

$$b^* = \bar{x} + \sqrt{3}\sigma_B = 1,5 + \sqrt{3} \cdot 21,294 = 38,382.$$

Найдем предполагаемую плотность распределения:

$$f(x) = \frac{1}{b^* - a^*} = \frac{1}{38,382 - (-35,382)} = \frac{1}{73,763}.$$

Найдем теоретические частоты по формулам:

$$n_1' = n \frac{1}{73,763} (x_1 - a), \quad n_i' = n \frac{1}{73,763} (x_{i+1} - x_i), \quad n_s' = n \frac{1}{73,763} (b - x_s),$$

занесем их в таблицу и сравним с эмпирическими частотами по критерию Пирсона.

$x_i$	$x_{i+1}$	$n_i'$	$n_i$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$
-40	-30	25	21,887	0,443
-30	-20	40	40,671	0,011
-20	-10	30	40,671	2,800
-10	0	45	40,671	0,461
0	10	40	40,671	0,011
10	20	46	40,671	0,698
20	30	48	40,671	1,321
30	40	26	34,088	1,919
<b>Сумма</b>		<b>300,000</b>	<b>300,000</b>	<b>7,664</b>

Сравним эмпирические и теоретические частоты, используя критерий Пирсона:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'} = 7,664.$$

По таблице критических точек распределения  $\chi^2$  по уровню значимости  $\alpha = 0,05$  и числу степеней свободы  $k = s - 3 = 5$ , находим  $\chi^2_{кр.} = 11,1$ .

Так как  $\chi^2_{набл.} = 7,664 < \chi^2_{кр.} = 11,1$ , то можно принять гипотезу о равномерном распределении температуры. Данные наблюдения согласуются с гипотезой.