# Проверка гипотезы по критерию Колмогорова

Задание.
Имеются выборочные данные о числе сделок, заключенных фирмой с частными лицами в течение месяца:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| - число заключенных сделок | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 |
| - число частных лиц | 23 | 24 | 11 | 9 | 3 |

Проверить при уровне значимости α=0,05, используя критерий согласия Колмогорова, гипотезу о нормальном законе распределения.

Решение.
Найдем точечные оценки параметров распределения. Для этого перейдем к простому вариационному ряду, выбирая в качестве вариант середины интервалов, составим расчетную таблицу:

| $x_i$ | 5 | 15 | 25 | 35 | 45 | **Сумма** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 23 | 24 | 11 | 9 | 3 | **70** |
| $x_i n_i$ | 115 | 360 | 275 | 315 | 135 | **1200** |
| $(x_i-\overline{x})^2 n_i$ | 3391,327 | 110,204 | 679,082 | 2869,898 | 2328,061 | **9378,571** |

Выборочное среднее:
$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum x_i n_i=\frac{1}{70}1200=17,143.$$
Выборочная исправленная дисперсия:
$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum(\overline{x}-x_i)^2 n_i=\frac{1}{69}9378,571=135,921.$$
Выборочное исправленное среднее квадратическое отклонение: $S=\sqrt{135,921}\approx 11,659$.

Предполагаем, что исследуемая величина имеет нормальный закон распределения с параметрами $a=17,143$ и $\sigma=11,659$. С помощью критерия Колмогорова проверим, согласуется ли гипотеза с опытными данными на уровне значимости $\alpha=0,05$.

Вычислим теоретические значения функции распределения
$$F^*(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{11,659\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(t-17,143)^2}{2\cdot 135,921}\right)dt=\frac{1}{2}+\Phi\left(\frac{x-17,143}{11,659}\right),$$ $\Phi$ - функция Лапласа (значения берем из таблиц).

Найдем наибольшее отклонение, затем вычисляем значение критерия:
$$\lambda=\max_{x_i}\left|F(x_i)-F^*(x_i)\right|\cdot\sqrt{n}=0,075\cdot\sqrt{70}\approx 0,627.$$

| $F^*(x_i)$ | $F(x_i)$ | $\left\|F(x_i)-F^*(x_i)\right\|$ |
|---|---|---|
| 0,270 | 0,3286 | 0,059 |

| | | |
|---|---|---|
| 0,597 | 0,6714 | **0,075** |
| 0,865 | 0,8286 | 0,036 |
| 0,975 | 0,9571 | 0,018 |
| 0,998 | 1,0000 | 0,002 |

Так как $\lambda < \lambda_{0,05} = 1,36$, то распределение можно считать нормальным на уровне значимости 0,05.