

Тема: Проверка гипотезы о нормальном распределении

ЗАДАНИЕ. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X по результатам выборки:

X 0,3 0,5 0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7 1,9 2,1 2,3
 N 7 9 28 27 30 26 21 25 22 9 5

РЕШЕНИЕ.

Вычислим параметры выборки. Составим расчетную таблицу:

x_i	n_i	$x_i n_i$	$(\bar{x} - x_i)^2 n_i$
0,3	7	2,1	6,461
0,5	9	4,5	5,209
0,7	28	19,6	8,805
0,9	27	24,3	3,514
1,1	30	33	0,775
1,3	26	33,8	0,040
1,5	21	31,5	1,202
1,7	25	42,5	4,823
1,9	22	41,8	8,990
2,1	9	18,9	6,339
2,3	5	11,5	5,400
Сумма	209	263,5	51,558

Выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i n_i = \frac{1}{209} 263,5 \approx 1,261.$$

Выборочная исправленная дисперсия:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (\bar{x} - x_i)^2 n_i = \frac{1}{208} 51,558 \approx 0,248.$$

Выборочное исправленное среднее квадратическое отклонение:

$$S = \sqrt{0,248} \approx 0,498.$$

Выдвинем гипотезу H_0 : распределение генеральной совокупности X подчинено нормальному закону с параметрами $a=1,261$ и $\sigma=0,498$. Проверим эту гипотезу по критерию Пирсона при уровне значимости $\alpha=0,05$.

Рассчитываем теоретические частоты n_i^0 по формуле

$$n_i^0 = \frac{nh}{S} \varphi(u_i), \text{ где } u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}, h = 0,2 - \text{ шаг между вариантами, } \varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}.$$

Вычисления представим в виде таблицы:

x_i	u_i	$\varphi(u_i)$	n_i^0	n_i	$\frac{(n_i - n_i^0)^2}{n_i^0}$
0,3	-1,930	0,062	5,204	7	0,620
0,5	-1,528	0,124	10,422	9	0,194
0,7	-1,126	0,212	17,762	28	5,901
0,9	-0,725	0,307	25,760	27	0,060
1,1	-0,323	0,379	31,793	30	0,101
1,3	0,079	0,398	33,390	26	1,636
1,5	0,481	0,355	29,842	21	2,620
1,7	0,882	0,270	22,697	25	0,234
1,9	1,284	0,175	14,689	22	3,638
2,1	1,686	0,096	8,090	9	0,102
2,3	2,087	0,045	3,792	5	0,385
Сумма					15,491

Наблюдаемое значение критерия вычислим по формуле $\chi_{набл}^2 = \sum_{i=1}^{11} \frac{(n_i - n_i^0)^2}{n_i^0} = 15,491$.

По таблице критических значений $\chi_{кр}^2$ при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы $k = l - 3 = 11 - 3 = 8$ найдем $\chi_{кр}^2 \approx 15,507$. Так как $\chi_{набл}^2 = 15,491 < \chi_{кр}^2 = 15,507$, нулевую гипотезу о нормальном распределении можно принять при данном уровне значимости.