

Дискретная двумерная случайная величина

Пример решения задачи

Задача. Система (x, y) задана следующей двумерной таблицей распределения вероятностей. Определить:

А) безусловные законы распределения составляющих;

Б) условный закон распределения y при $x = 1$;

В) условное математическое ожидание x при $y = 2$.

Г) вероятность того, что случайная величина (x, y) будет принадлежать области $|x| + |y| \leq 3$.

$x \setminus y$	-3	0	2
-1	0	0,1	0,15
1	0,05	0,3	0,05
2	0,15	0,05	0,15

Решение.

А) Складывая вероятности по строкам и столбцам, найдем безусловные законы распределения составляющих:

x_i	-1	1	2
P_i	0,25	0,4	0,35

y_i	-3	0	2
P_i	0,2	0,45	0,35

Б) Найдем условный закон распределения y при $x = 1$.

$$P(y = -3 | x = 1) = \frac{P(y = -3, x = 1)}{P(x = 1)} = \frac{0,05}{0,4} = 0,125,$$

$$P(y = 0 | x = 1) = \frac{P(y = 0, x = 1)}{P(x = 1)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75,$$

$$P(y = 2 | x = 1) = \frac{P(y = 2, x = 1)}{P(x = 1)} = \frac{0,05}{0,4} = 0,125.$$

Получаем:

$y_i x = 1$	-3	0	2
P_i	0,125	0,75	0,125

В) Найдем условное математическое ожидание x при $y = 2$.

$$M(x|y=2) = \sum x_i P(x=x_i|y=2) = \sum x_i \frac{P(x=x_i, y=2)}{P(y=2)} =$$
$$= -1 \frac{0,15}{0,35} + 1 \frac{0,05}{0,35} + 2 \frac{0,15}{0,35} \approx 0,571.$$

Г) Найдем вероятность того, что случайная величина (x, y) будет принадлежать области $|x| + |y| \leq 3$.

Выделим серым в таблице «благоприятные» значения (x, y) , для которых выполняется условие $|x| + |y| \leq 3$:

$x \setminus y$	-3	0	2
-1	0	0,1	0,15
1	0,05	0,3	0,05
2	0,15	0,05	0,15

Получаем:

$$P(|x| + |y| \leq 3) = 0,1 + 0,15 + 0,3 + 0,05 + 0,05 = 0,65.$$