Решение задачи на формулу Байеса

ЗАДАНИЕ. В первой и в третьей группах одинаковое число студентов, а во второй – в 1,5 раза меньше, чем в первой. Количество отличников составляет 9% в первой, 4% во второй и 6% в третьей группе.

а) Найти вероятность того, что случайно вызванный студент – отличник.

б) Случайно вызванный студент оказался отличником. Найти вероятность того, что студент учится в третьей группе.

РЕШЕНИЕ.
Введем полную группу гипотез

H_1 = {Студент из первой группы},

H_2 = {Студент из второй группы},

H_3 = {Студент из третьей группы}.

По классическому определению вероятности, учитывая пропорции поставки приборов, можно найти вероятности:

$$P(H_1)=\frac{x}{x+\frac{x}{1,5}+x}=\frac{3}{8},\quad P(H_2)=\frac{\frac{x}{1,5}}{x+\frac{x}{1,5}+x}=\frac{1}{4},\quad P(H_3)=\frac{x}{x+\frac{x}{1,5}+x}=\frac{3}{8}.$$

Введем событие A = {Случайной вызванный студент – отличник}. Выпишем условные вероятности:

$$P(A|H_1)=0,09;\quad P(A|H_2)=0,04;\quad P(A|H_3)=0,06.$$

Сначала найдем вероятность события A по формуле полной вероятности:

$$P(A)=P(A|H_1)\cdot P(H_1)+P(A|H_2)\cdot P(H_2)+P(A|H_3)\cdot P(H_3)=$$

$$=\frac{3}{8}\cdot 0,09+\frac{1}{4}\cdot 0,04+\frac{3}{8}\cdot 0,06=0,06625.$$

Найдем апостериорную вероятность того, что студент учится в третьей группе, если он оказался отличником, по формуле Байеса.

$$P(H_3|A)=\frac{P(A|H_3)}{P(A)}=\frac{\frac{3}{8}\cdot 0,06}{0,06625}\approx 0,3396.$$

Ответ: **а)** $P(A)=0{,}06625$; **б)** $P(H_3 \mid A)=0{,}3396$.