Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru
Примеры решений по теории вероятностей
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

# Решение задачи на формулу Байеса

**Задание.** Есть 4 кубика. На трех из них окрашена белым половина граней, а на четвертом кубике всего одна грань из шести белая. Наудачу выбранный кубик подбрасывается семь раз. Найти вероятность того, что был выбран четвертый кубик, если при семи подбрасываниях белая грань выпала ровно один раз.

**Решение.**
Обозначим события: $H_1$ - выбран первый, второй или третий кубик, $H_2$ - выбран четвертый кубик, $A$ - при семи подбрасываниях кубика белая грань выпала ровно один раз.
Согласно классическому определению вероятности:

$$P(H_1) = \frac{3}{4}; P(H_2) = \frac{1}{4}$$

Рассмотрим случай, когда произошло событие $H_1$, то есть на выбранном кубике вероятность появления белой грани $p = \frac{1}{2}$. Тогда вероятность того, что при $n = 7$ бросках белая грань выпадет ровно $k = 1$ раз, найдем по формуле Бернулли:

$$P_{n=7}(k=1) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} = C_7^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{7!}{1!6!} \cdot \frac{1}{2^7} = \frac{7}{128} \approx 0.0547$$

$$P(A|H_1) \approx 0.0547$$

Рассмотрим случай, когда произошло событие $H_2$, то есть на выбранном кубике вероятность появления белой грани $p = \frac{1}{6}$. Тогда вероятность того, что при $n = 7$ бросках белая грань выпадет ровно $k = 1$ раз, найдем по формуле Бернулли:

$$P_{n=7}(k=1) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} = C_7^1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^6 = \frac{7!}{1!6!} \cdot \frac{5^6}{6^7} \approx 0.3907$$

$$P(A|H_2) \approx 0.3907$$

Тогда по формуле полной вероятности получим:

$$P(A) = P(H_1)P(A|H_1) + P(H_2)P(A|H_2) \approx \frac{3}{4} \cdot 0.0547 + \frac{1}{4} \cdot 0.3907 = 0.1387$$

Теперь, полагая, что произошло событие $A$, переоценим вероятность гипотезы $H_2$ по формуле Байеса:

$$P(H_2|A) = \frac{P(H_2)P(A|H_2)}{P(A)} \approx \frac{\frac{1}{4} \cdot 0.3907}{0}.1387 \approx 0.7042$$

**Ответ:** 0.7042