

Биномиальный закон распределение случайной величины

Пример решения задачи

Задание. Стрелок производит 4 выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,3. За каждое попадание стрелку засчитывается 10 очков. Найти закон распределения числа засчитанных очков.

Решение. Введем сначала дискретную случайную величину $X =$ (Количество попаданий). Она распределена по биномиальному закону с параметрами $n = 4$ (число выстрелов), $p = 0,3$ (вероятность попадания при одном выстреле) и может принимать значения 0, 1, 2, 3 и 4. Найдем соответствующие вероятности по формуле Бернулли:
 $P(X = i) = C_n^i \cdot p^i \cdot (1 - p)^{n-i} = C_4^i \cdot 0,3^i \cdot 0,7^{4-i}$.

Получаем:

$$P(X = 0) = C_4^0 \cdot 0,7^4 \cdot 0,3^0 = 0,2401.$$

$$P(X = 1) = C_4^1 \cdot 0,7^3 \cdot 0,3^1 = 0,4116.$$

$$P(X = 2) = C_4^2 \cdot 0,7^2 \cdot 0,3^2 = 0,2646.$$

$$P(X = 3) = C_4^3 \cdot 0,7^1 \cdot 0,3^3 = 0,0756.$$

$$P(X = 4) = C_4^4 \cdot 0,7^0 \cdot 0,3^4 = 0,0081.$$

Закон распределения X имеет вид:

i	0	1	2	3	4
$P(X = i)$	0,2401	0,4116	0,2646	0,0756	0,0081

Теперь введем случайную величину $Y =$ (Число засчитанных очков). Так как за каждое попадание стрелку засчитывается 10 очков, то $Y = 10X$ и закон распределения принимает вид:

i	0	10	20	30	40
$P(Y = i)$	0,2401	0,4116	0,2646	0,0756	0,0081