

## Гипергеометрическое распределение случайной величины

### Решение задачи

**Задание.** В стопке из 6 книг 3 книги по математике и 3 по информатике. Выбирают наудачу три книги. Составить закон распределения числа книг по математике среди отобранных. Найти математическое ожидание и функцию распределения этой случайной величины.

**Решение.** Введем дискретную случайную величину  $X$  = (Количество книг по математике среди 3 отобранных).  $X$  может принимать значения 0, 1, 2 и 3. Найдем соответствующие вероятности (по формуле гипергеометрической вероятности).

$X = 0$ , если все три книги – не по математике. Вероятность  $P(X = 0) = \frac{C_3^3}{C_6^3} = \frac{1}{20}$ .

$X = 1$ , если одна книга по математике и две – не по математике. Вероятность  $P(X = 1) = \frac{C_3^1 \cdot C_3^2}{C_6^3} = \frac{9}{20}$ .

$X = 2$ , если две книги по математике и одна нет. Вероятность  $P(X = 2) = \frac{C_3^2 \cdot C_3^1}{C_6^3} = \frac{9}{20}$ .

$X = 3$ , если все три книги – по математике. Вероятность  $P(X = 3) = \frac{C_3^3}{C_6^3} = \frac{1}{20}$ .

Получаем закон распределения случайной величины  $X$

$x_i$	0	1	2	3
$p_i$	1/20	9/20	9/20	1/20

Математическое ожидание

$$MX = \sum x_i p_i = 0 \cdot \frac{1}{20} + 1 \cdot \frac{9}{20} + 2 \cdot \frac{9}{20} + 3 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Найдем функцию распределения  $F(x) = P(X < x)$ , то есть

при  $x \leq 0$ ,  $F(x) = 0$ ,

при  $0 < x \leq 1$ ,  $F(x) = 0 + 1/20 = 1/20$ ,

при  $1 < x \leq 2$ ,  $F(x) = 1/20 + 9/20 = 10/20 = 1/2$ ,

при  $2 < x \leq 3$ ,  $F(x) = 1/2 + 9/20 = 19/20$ ,

при  $x > 3$ ,  $F(x) = 19/20 + 1/20 = 1$ .

Построим график:

