

Дискретная случайная величина

Пример решения задачи

Задача. Распределение дискретной случайной величины X задано следующей таблицей (рядом распределения):

x_i	-6	3	9	15
p_i	0,40	0,30	?	0,10

Определить недостающее значение в таблице распределения. Вычислить основные числовые характеристики распределения: M_x, D_x, σ_x . Найти и построить функцию распределения $F(x)$. Определить вероятность того, что случайная величина X примет значения:

- А) больше чем 6,
- Б) меньше чем 12,
- В) не больше 9.

Решение. Найдем вероятность для значения $x = 9$, учитывая, что сумма вероятностей должна быть равна 1:

$$p(x=9) = 1 - 0,4 - 0,3 - 0,1 = 0,2.$$

Получили закон:

x_i	-6	3	9	15
p_i	0,40	0,30	0,20	0,10

Математическое ожидание $M_x = \sum x_i p_i = 1,8$.

Дисперсия $D_x = \sum (x_i)^2 p_i - (M_x)^2 = 55,8 - 1,8^2 = 52,56$

Среднее квадратическое отклонение $\sigma_x = \sqrt{D_x} = 7,25$.

Расчеты в таблице ниже:

x_i	-6	3	9	15	Сумма
p_i	0,40	0,30	0,20	0,10	1
$x_i p_i$	-2,40	0,90	1,80	1,50	1,800
$x_i^2 p_i$	14,40	2,70	16,20	22,50	55,800

Найдем функцию распределения по определению: $F(x) = P(X < x)$:
при $x \leq -6$ $F(x) = 0$,

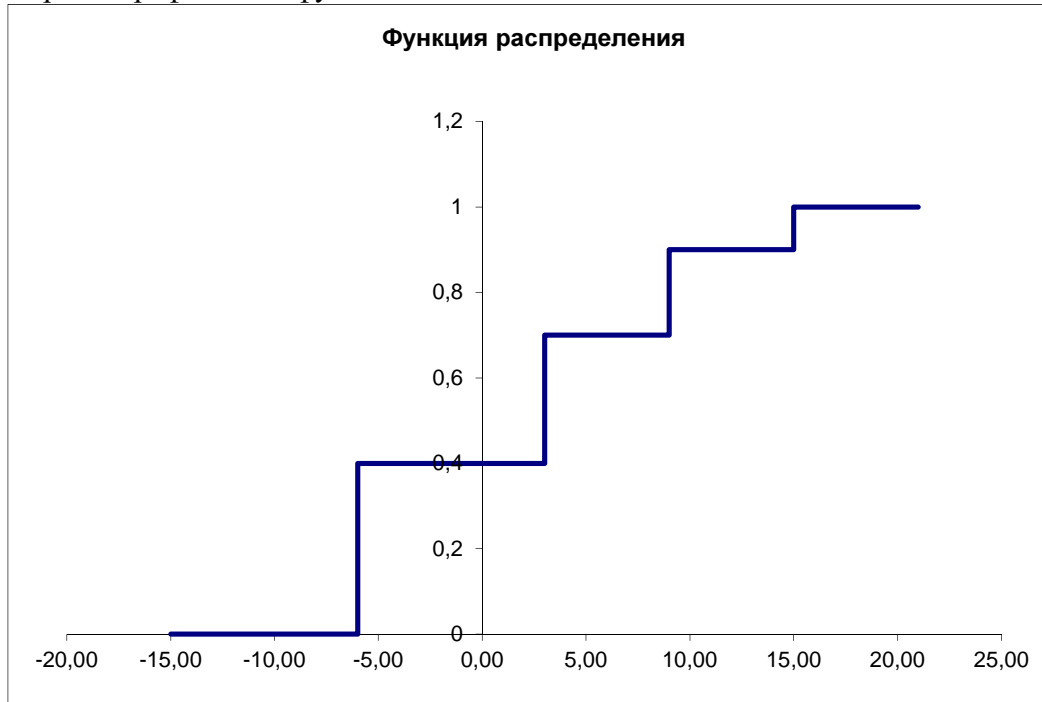
при $-6 < x \leq 3$ $F(x) = 0 + 0,4 = 0,4$,

при $3 < x \leq 9$ $F(x) = 0,4 + 0,3 = 0,7$,

при $9 < x \leq 15$ $F(x) = 0,7 + 0,2 = 0,9$,

при $x > 15$ $F(x) = 0,9 + 0,1 = 1$.

Строим график этой функции:



Определим вероятность того, что случайная величина X примет значения:

А) больше чем 6: $P(X > 6) = P(X = 9) + P(X = 15) = 0,2 + 0,1 = 0,3$

Б) меньше чем 12: $P(X < 12) = P(X = -6) + P(X = 3) + P(X = 9) = 0,4 + 0,2 + 0,3 = 0,9$

В) не больше 9: $P(X \leq 9) = P(X = -6) + P(X = 3) + P(X = 9) = 0,4 + 0,2 + 0,3 = 0,9$