

Закон больших чисел. Пример решения задачи

Задача. Случайная величина X_N принимает значения $\exp(N \ln 0,5)$ и $\exp(N \ln 1,2)$ с одинаковыми вероятностями. Можно ли к последовательности X_N применить закон больших чисел?

Решение. Для того чтобы к последовательности случайных величин была применима теорема Чебышева, достаточно, чтобы эти величины были попарно независимы, имели конечные математические ожидания и равномерно ограниченные дисперсии.

Поскольку случайные величины независимы, они попарно независимы, то есть первое требование выполняется.

Проверим, выполняется ли требование конечности математического ожидания:

$$M(X_N) = \frac{1}{2} \exp(N \ln 0,5) + \frac{1}{2} \exp(N \ln 1,2) = \frac{1}{2} (0,5^N + 1,2^N).$$

Ясно, что при $N \rightarrow \infty$ математическое ожидание будет неограниченно возрастать (за счет слагаемого вида $1,2^N$), математические ожидания не конечны..

Закон больших чисел не применим.