

### Решение задачи: нормально распределенная случайная величина

**Задание.** Автоматический токарный станок настроен на выпуск деталей со средним диаметром 2.00 см и со средним квадратическим отклонением 0.005 см. Действует нормальный закон распределения. Компания технического сервиса рекомендует остановить станок для технического обслуживания и корректировки в случае, если образцы деталей, которые он производит, имеют средний диаметр более 2.01 см, либо менее 1.99 см.

- 1) Найти вероятность остановки станка, если он настроен по инструкции на 2.00 см.
- 2) Если станок начнет производить детали, которые в среднем имеют слишком большой диаметр, а именно, 2.02 см, какова вероятность того, что станок будет продолжать работать?

#### Решение.

Используем формулу для нахождения вероятности попадания нормальной случайной величины в интервал:

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$$
, где  $\Phi(x)$  - функция Лапласа (значения берутся из таблицы).

- 1) Пусть  $X$  - диаметр деталей – нормально распределенная случайная величина с параметрами  $a = 2$  и  $\sigma = 0,005$ . Компания технического сервиса рекомендует остановить станок для технического обслуживания и корректировки в случае, если образцы деталей, которые он производит, имеют средний диаметр более 2.01 см, либо менее 1.99 см. Найдем сначала вероятность того, что станок будет работать:  $P(1,99 < X < 2,01)$ .

Получаем

$$\begin{aligned} P(1,99 < X < 2,01) &= \Phi\left(\frac{2,01 - 2}{0,005}\right) - \Phi\left(\frac{1,99 - 2}{0,005}\right) = \Phi(2) - \Phi(-2) = \Phi(2) + \Phi(2) = \\ &= 2\Phi(2) = 2 \cdot 0,4772 = 0,9544. \end{aligned}$$

Тогда вероятность остановки станка равна  $P_1 = 1 - 0,9544 = 0,0456$ .

- 2) Пусть  $X$  - диаметр деталей – нормально распределенная случайная величина с параметрами  $a = 2,02$  и  $\sigma = 0,005$ . Компания технического сервиса рекомендует

остановить станок для технического обслуживания и корректировки в случае, если образцы деталей, которые он производит, имеют средний диаметр более 2.01 см, либо менее 1.99 см. Найдем вероятность того, что станок будет работать:  $P(1,99 < X < 2,01)$ .

Получаем

$$\begin{aligned} P_2 = P(1,99 < X < 2,01) &= \Phi\left(\frac{2,01 - 2,02}{0,005}\right) - \Phi\left(\frac{1,99 - 2,02}{0,005}\right) = \Phi(-2) - \Phi(-6) = \\ &= -\Phi(2) + \Phi(6) = -0,4772 + 0,5 = 0,0228. \end{aligned}$$

**Ответ:** 1) 0,0456, 2) 0,0228.