

Готовая контрольная работа по сопромату

Задание (вариант 14)

Для заданного бруса (таблица 1) требуется:

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений.
2. Определить коэффициент запаса прочности для заданного бруса, если $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$.
3. Определить перемещение свободного конца бруса, если $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Таблица 1 – Исходные данные

№ вар.	Исходные данные	Рисунки к вариантам
14	$G = 4 \text{ кН}$ $A = 1 \text{ см}^2$ $a = 0,1 \text{ м}$	

Решение

1. Вычерчиваем в масштабе схему бруса с указанием численных значений заданных величин (рисунок 1,а).

Заданный брус разбиваем на участки. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние сосредоточенные силы, и сечения, в которых изменяется площадь. Таких участков четыре (рисунок 1). Границы участков обозначим буквами.

Нагрузки, приложенные к брусу, равны:

$$F_1 = F = 4 \text{ кН} = 4\,000 \text{ Н};$$

$$F_2 = 2F = 8 \text{ кН} = 8\,000 \text{ Н};$$

$$F_3 = 7F = 28 \text{ кН} = 28\,000 \text{ Н}.$$

Длины выделенных участков равны:

$$l_1 = l_2 = 2a = 0,2 \text{ м} = 200 \text{ мм};$$

$$l_3 = l_4 = 1,5a = 0,15 \text{ м} = 150 \text{ мм}.$$

Площади поперечных сечений этих участков равны:

$$A_1 = 3A = 3 \text{ см}^2 = 300 \text{ мм}^2;$$

$$A_2 = A_3 = A_4 = A = 1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2.$$

Правило знаков: положительной будем считать растягивающую продольную силу (направлена от сечения).

Для определения значений продольных сил N_i , действующих в поперечных сечениях бруса, воспользуемся методом сечений, при котором действие отброшенной части стержня заменяем силой N_i (рисунок 1,б,в,г,д), которую направляем предполагая, что стержень растянут.

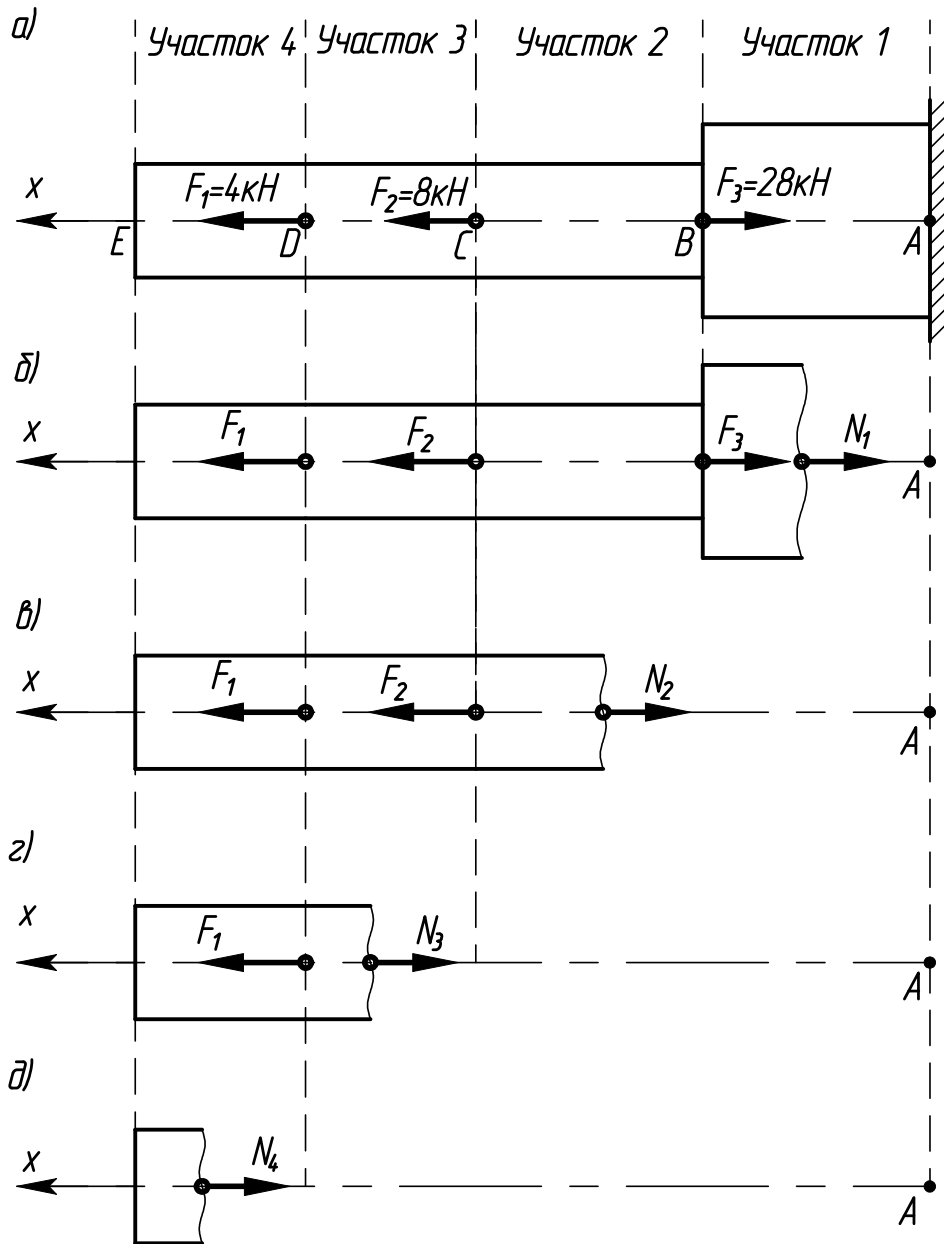


Рисунок 1

Рассматривая равновесие частей стержня, получим:

1) для участка 1 (рисунок 1,б) уравнение равновесия:

$$\sum F_{kx} = F_1 + F_2 - F_3 - N_1 = 0.$$

Отсюда

$$N_1 = F_1 + F_2 - F_3 = 4 + 8 - 28 = -16 \text{ кН} = -16000 \text{ Н};$$

2) для участка 2 (рисунок 1,в) уравнение равновесия:

$$\sum F_{kx} = F_1 + F_2 - N_2 = 0.$$

Отсюда

$$N_2 = F_1 + F_2 = 4 + 8 = 12 \text{ кН} = 12\,000 \text{ Н};$$

3) для участка 3 (рисунок 1,г) уравнение равновесия:

$$\sum F_{kx} = F_1 - N_3 = 0.$$

Отсюда

$$N_3 = F_1 = 4 \text{ кН} = 4\,000 \text{ Н};$$

4) для участка 4 (рисунок 1,д) уравнение равновесия:

$$\sum F_{kx} = -N_4 = 0.$$

Отсюда

$$N_4 = 0.$$

Отрицательное значение N_i указывает на то, что участок бруса сжат (в данном случае это участок 1), а не растянут, как предполагалось. По найденным значениям N_i строим эпюру продольных сил N (рисунок 2,б).

Нормальное напряжение на i -ом участке бруса определяется по формуле:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i},$$

где N_i – продольная сила на i -ом участке бруса,

A_i – площадь поперечного сечения на i -ом участке бруса.

Подставляя значения N_i и A_i , получим:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-16000}{300} = -53,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{12\,000}{100} = 120 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{4\,000}{100} = 40 \text{ МПа};$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_4} = \frac{0}{100} = 0;$$

По найденным значениям σ_i строим эпюру нормальных напряжений σ (рисунок 2,в).

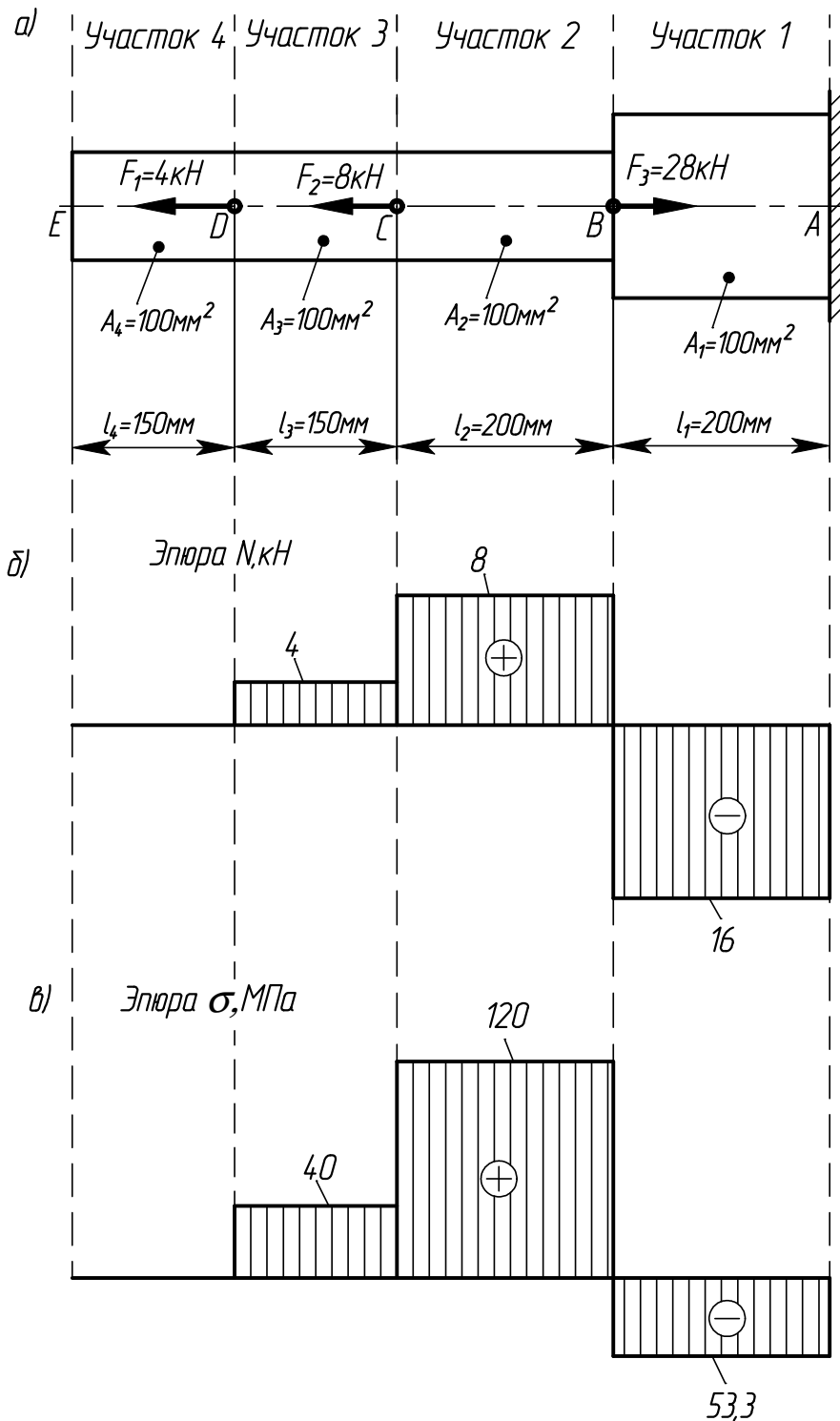


Рисунок 2

2. Определим коэффициент запаса прочности для заданного бруса, если $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$. Поскольку максимальное (по модулю) значению

напряжения равно $\sigma_{\max} = 120 \text{ МПа}$, то искомый коэффициент запаса прочности равен:

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{240}{120} = 2$$

3. По закону Гука удлинение участка бруса длиной l_i определяется по формуле:

$$\Delta l_i = \frac{N_i \cdot l_i}{E \cdot A_i} = \frac{\sigma_i \cdot l_i}{E},$$

где E – модуль продольной упругости материала бруса, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

$$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 \cdot l_1}{E} = -\frac{53,3 \cdot 200}{2 \cdot 10^5} = -0,053 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 \cdot l_2}{E} = \frac{120 \cdot 200}{2 \cdot 10^5} = 0,120 \text{ мм};$$

$$\Delta l_3 = \frac{\sigma_3 \cdot l_3}{E} = \frac{40 \cdot 150}{2 \cdot 10^5} = 0,030 \text{ мм};$$

$$\Delta l_4 = \frac{\sigma_4 \cdot l_4}{E} = \frac{0 \cdot 150}{2 \cdot 10^5} = 0.$$

Перемещение свободного конца равно сумме удлинений участков бруса:

$$\Delta = \sum_{i=1}^4 \Delta l_i = -0,053 + 0,120 + 0,030 + 0 = 0,097 \text{ мм}.$$

Знак плюс указывает на то, что перемещение конца бруса происходит влево.