

## Расчетное задание по эконометрике Вариант 171-1

### Задание

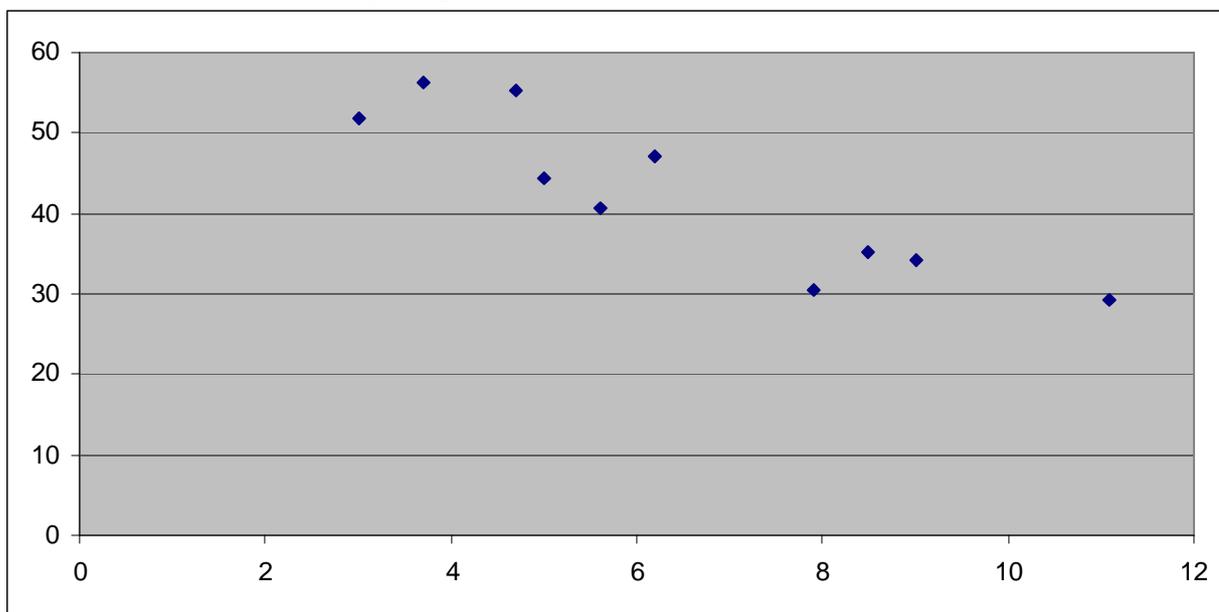
Построить линейную модель регрессии. Данные для построения модели регрессии:

Номер предприятия	X - стоимость основных производственных фондов, млн. руб.	Y - среднесуточная производительность, тонн
1	11,1	29,3
2	9	34,2
3	7,9	30,6
4	8,5	35,2
5	5,6	40,7
6	5	44,5
7	6,2	47,2
8	4,7	55,2
9	3	51,8
10	3,7	56,2

- 1) используя excel, постройте облако корреляции и сделайте предварительное заключение о виде связи между факторами  $x$  и  $y$
- 2) рассчитайте линейный коэффициент корреляции  $r_{xy}$ . Сформулируйте вывод.
- 3) используя t-критерий Стьюдента, проверьте статистическую значимость коэффициента корреляции  $r_{xy}$ .
- 4) используя формулы метода наименьших квадратов, рассчитайте коэффициенты линейного уравнения регрессии.
- 5) проверьте коэффициенты уравнения регрессии, используя excel.
- 6) определите коэффициент детерминции. Сформулируйте вывод.
- 7) определите корреляционное отношение. Сформулируйте вывод.
- 8) рассчитайте средний коэффициент эластичности.
- 9) проверьте адекватность модели по критерию Фишера.
- 10) выполните точечный прогноз для  $x^* = x_{\max} + \Delta$  методом экстраполяции. Подберите  $\Delta$  на основании рекомендаций.
- 11) выполните интервальный прогноз при доверительной вероятности 90%.
- 12) сформулируйте вывод относительно модели и интервального прогноза.

## Решение

1) Используя ППП Excel, построим облако корреляции и сделаем предварительное заключение о виде связи между факторами X и Y.



Полученная диаграмма позволяет сделать предварительный вывод о том, что между факторами X и Y существует обратная линейная зависимость: с возрастанием стоимости основных производственных фондов сокращается среднесуточная производительность.

2) Рассчитаем линейный коэффициент корреляции  $r_{xy}$ :

$$r_{xy} = \frac{n \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2) \cdot (n \sum y^2 - (\sum y)^2)}} =$$
$$= \frac{10 \cdot 2539,81 - 64,7 \cdot 424,9}{\sqrt{(10 \cdot 478,45 - 64,7^2) \cdot (10 \cdot 18956,83 - 424,9^2)}} = -0,9004$$

Связь сильная, обратная.

3) Используя t-критерий Стьюдента, проверим значимость коэффициента корреляции  $r_{xy}$ .

$$t_p = \sqrt{\frac{r^2}{1-r^2}} \cdot (n-2) = \sqrt{\frac{(-0,9004)^2}{1-(-0,9004)^2}} \cdot (10-2) = 5,854885$$

$$t_{табл}(\alpha = 0,1; v = 10 - 1 = 9) = 1,833.$$

$t_p > t_{табл}$ , коэффициент корреляции значим.

4) используя метод наименьших квадратов, рассчитаем параметры уравнения парной линейной регрессии.

Промежуточные расчеты представлены в таблице:

Номер предприятия	X - стоимость основных производственных фондов, млн. руб.	Y - среднесуточная производительность, тонн	XY	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>
1	11,1	29,3	325,23	123,21	858,49
2	9	34,2	307,8	81	1169,64
3	7,9	30,6	241,74	62,41	936,36
4	8,5	35,2	299,2	72,25	1239,04
5	5,6	40,7	227,92	31,36	1656,49
6	5	44,5	222,5	25	1980,25
7	6,2	47,2	292,64	38,44	2227,84
8	4,7	55,2	259,44	22,09	3047,04
9	3	51,8	155,4	9	2683,24
10	3,7	56,2	207,94	13,69	3158,44
Итого	64,7	424,9	2539,81	478,45	18956,83
Ср. знач.	6,47	42,49	253,98	47,85	1895,68

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} = \frac{253,98 - 6,47 \cdot 42,49}{47,85 - 6,47^2} = -3,4975$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 42,49 + 3,4975 \cdot 9,52 = 65,1187$$

Мы получили уравнение:

$$y = 65,1187 - 3,4975 \cdot x$$

5) Коэффициенты уравнения регрессии проверены с использованием ППП Excel (см. прилагаемый файл).

6) Определим коэффициент детерминации:

$$R^2 = r_{xy}^2 = (-0,9004)^2 = 0,8108, \text{ или } 81,08\%.$$

Таким образом, за счет вариации признака X (стоимости основных производственных фондов) объясняется 81,08% вариации признака Y (среднесуточной производительности).

7) Определим корреляционное отношение:

Теоретическое корреляционное отношение равно корню квадратному из коэффициента детерминации, т.е. коэффициенту корреляции.

8) Рассчитаем средний коэффициент эластичности:

$$\varepsilon = b \cdot \frac{\bar{x}}{y} = -3,4975 \cdot \frac{6,47}{42,49} = -0,5326. \text{ Это означает, что при увеличении стоимости основ-}$$

ных производственных фондов на 1% среднесуточная производительность сокращается в среднем на 0,5326%.

9) Проверим адекватность модели по критерию Фишера.

$$F_{набл} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-(m+1)}{m} = \frac{0,8108}{1-0,8108} \cdot \frac{10-2}{1} = 34,2797$$

$$F_{табл}(8;1; \alpha = 0,1) = 5,32$$

$F_{набл} > F_{табл}$ , следовательно, уравнение регрессии статистически значимо.

10) Выполним точечный прогноз для  $x' = x_{max} + \Delta$ .

$$x_{max} = 11,1, \Delta = 11,1 - 9 = 2,1$$

$$x' = 11,1 + 2,1 = 13,2$$

$$y = 65,1187 - 3,4975 \cdot 13,2 = 18,9517$$

11) Выполним интервальный прогноз при доверительной вероятности 90%.

Ошибка прогноза определяется по формуле:

$$\Delta_y = t_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \cdot S \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - x_p)^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}, \text{ где } S = \sqrt{S^2}, \text{ а } S^2 - \text{ скорректированная остаточная}$$

дисперсия:

$$S^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2} = \frac{(y - y_{теор})^2}{n-2} = \frac{170,8299}{8} = 21,3537.$$

$$S = \sqrt{21,3537} = 4,6210$$

$$\Delta_y = 2,306 \cdot 4,6210 \sqrt{1 + \frac{1}{10} + \frac{(6,47 - 13,2)^2}{59,84}} = 14,5207.$$

Определим доверительный интервал прогнозируемого значения:

$$(Y_{прогн} \pm \Delta_y).$$

Начало интервала:

$$Y_{нач} = 18,9517 - 14,5207 = 4,431$$

Конец интервала:

$$Y_{кон} = 18,9517 + 14,5207 = 33,4724.$$

Все промежуточные расчеты представлены в прилагаемом файле.

**Вывод:** Таким образом, с вероятностью, равной 0,9, можно утверждать, что прогнозируемое значение среднесуточной производительности при стоимости основных фондов, равной 13,2 млн. руб., находится в интервале от 4,431 до 33,4724 тонн.