

Контрольная работа выполнена на сайте <https://www.matburo.ru/>

©МатБюро - Решение задач по математике, эконометрике, информатике

**МЕЖДУНАРОДНЫЙ БАНКОВСКИЙ ИНСТИТУТ
КАФЕДРА ФИНАНСОВ**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА»**

Специальность 080501 Финансы и кредит

Вариант № 3

Выполнила студентка Ф-03 группы
факультета заочного обучения

Иванова Мария Ивановна

(подпись)

(дата сдачи работы на кафедру)

Проверил:

Ст. преподаватель *С.Р.Беляев*

(оценка)

(дата проверки)

(подпись)

Санкт-Петербург

2010 г.

Задача 1

Инвестор открыл накопительный счёт в банке. Простые проценты за 10 лет составили 93400 руб., а сумма вклада на конец 10-го года в 1,5 раза превысила сумму вклада на конец 4-го года. Определить величину инвестированной суммы и процентную ставку.

Обозначения:

PV – первоначальная сумма вклада;

S – сумма начисленных процентов.

r – ставка процента;

n - число лет;

k – коэффициент превышения суммы вклада на конец l-ого года над суммой вклада на конец k-того года.

Дано:

S = 93400 руб.

n = 10 лет

k = 1,5

l = 4

Определить:

PV = ?

r = ?

Решение:

По схеме простых процентов будущая сумма вкладов рассчитывается по формуле:

$FV = PV \cdot (1 + rn)$, где

Сумма процентов через 10 лет (n = 10) будет равна:

$S = 10PVr = 93400$.

Сумму вклада на конец 10-го года можно выразить как $PV \cdot (1 + 10r)$, а сумму вклада на конец 4-го года – как $PV \cdot (1 + 4r)$.

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 10PVr = 93400 \\ PV + 10PVr = 1,5PV + 6PVr \end{cases}$$

Тогда:

$$\begin{cases} 10PVr = 93400 \\ 4PVr = 0,5PV \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4r = 0,5 \\ 10PVr = 93400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = 0,125 \\ PV = \frac{93400}{10r} = \frac{93400}{10 \cdot 0,125} = 74720 \end{cases}$$

Ответ: при сумму простых процентов за 10 лет 93400 руб., если сумма вклада на конец 10-го года в 1,5 раза превысила сумму вклада на конец 4-го года, инвестированная сумма равна 74720 руб., а процентная ставка – 12,5%.

Задача 2.

За какой срок при номинальной процентной ставке 18% с ежеквартальным начислением процентов сумма вклада увеличится а) в 3 раза? б) в 6 раз? в) в 12 раз?

Обозначения:

PV - современная стоимость вклада;

r – процентная ставка;

n_i ($i = 1,2,3$) – срок (количество периодов) проведения операции в i -том случае;

m – число раз начислений процентов;

k_i ($i = 1,2,3$) – коэффициент превышения будущей суммы вклада над текущей в i -том случае.

Дано:

$r = 18\%$;

$m = 4$;

$k_1 = 3$;

$k_2 = 6$;

$k_3 = 12$.

Определить:

$n_1 = ?$

$n_2 = ?$

$n_3 = ?$

Решение:

Срок вклада n определяется по формуле:

$$n = \frac{\log\left(\frac{FV}{PV}\right)}{\left[\log\left(1 + \frac{r}{m}\right)\right] * m}, \text{ где}$$

а) Получим соотношение:

$$n_1 = \frac{\log\left(\frac{3PV}{PV}\right)}{\left[\log\left(1 + \frac{0,18}{4}\right)\right] * 4} = \frac{\log(3)}{\left[\log(1 + 0,045)\right] * 4} = 6,24 \text{ года}$$

б) Определим n_2 :

$$n_2 = \frac{\log(6)}{\left[\log\left(1 + \frac{0,18}{4}\right)\right] * 4} = 10,18 \text{ лет}$$

в) Определим n_3 :

$$n_3 = \frac{\log(12)}{\left[\log\left(1 + \frac{0,18}{4}\right)\right] * 4} = 14,11 \text{ лет}$$

Ответ: при номинальной процентной ставке 18% с ежеквартальным начислением процентов сумма вклада увеличится в 3 раза за 6,24 года, в 6 раз – за 10,18 лет, в 12 раз – за 14,11 лет.

Задача 3

Найти современную стоимость и наращённую сумму 13-летней ренты с ежегодными платежами по 600 руб. в конце каждого года при номинальной годовой процентной ставке 12%. Проценты начисляются раз в полугодие.

Обозначения:

FV_n – будущая стоимость потока за n периодов;

PV – современная стоимость потока за n периодов;

CF – величина потока платежей в периоде;
 r – процентная ставка;
 n – срок (количество периодов) проведения операции;
 m – число раз начислений процентов;
 p – число поступлений в год отдельных платежей.

Дано:
 n = 13 лет;
 CF = 600 руб.;
 r = 12%;
 m = 2;
 p = 1.

Определить:
 FV_n = ?
 PV = ?

Решение:

Определим будущую стоимость ренты:

$$FV_n = \frac{CF}{p} * \frac{(1 + r/m)^{n*m} - 1}{(1 + r/m)^{m/p} - 1}, \text{ где}$$

Тогда:

$$FV_n = 600 * \frac{(1 + 0,12/2)^{13*2} - 1}{(1 + 0,12/2)^{2/1} - 1} = 17230,01 \text{ руб.}$$

Определим современную стоимость ренты:

$$PV = CF \left[\frac{1 - (1 + r)^{-n*m}}{m} \right] = 600 * \left[\frac{1 - (1 + 0,12)^{-13*2}}{2} \right] = 284,24 \text{ руб.}$$

Ответ: для 13-летней ренты с ежегодными платежами по 600 руб. в конце каждого года при номинальной годовой процентной ставке 12% и начислением процентов раз в полугодие современная стоимость будет равна 284,24,79 руб., а наращенная сумма – 17230,01 руб.

Задача 4

За долговое обязательство в 350 тыс. руб. банком было выплачено 290 тыс. руб. За какое время до срока погашения было учтено обязательство, если банком использовалась сложная годовая учётная ставка 11%.

Обозначения:

FV – будущая стоимость потока за n периодов;
 PV – современная стоимость потока за n периодов;
 r – процентная ставка;
 n – срок (количество периодов) проведения операции.

Дано:
 PV = 650 тыс.
 руб.;
 FV = 750 тыс.
 руб.;
 r = 12%.

Определить:
 n = ?

Решение:

Определим n по формуле:

$$n = \frac{\log(\frac{FV}{PV})}{\log(1 + r)} = \frac{\log(\frac{350}{290})}{\log(1 + 0,11)} = 1,8 \text{ года}$$

Ответ: долговое обязательство в 350 тыс. руб., за которое банком было выплачено 290 тыс. руб. при сложной годовой учётной ставке 11% было учтено за 1,8 года до погашения.

Задача 5

Ссуда взята в долг 12.09.2005 г. в сумме 300 тыс. руб. Имеется обязательство погасить долг до 12.03.2007 г. Кредитор согласен получать частичные платежи. Проценты начисляются по простой процентной ставке 15% годовых. Частичные поступления характеризуются следующими данными:

15.11.2005 – 18 тыс. руб.

10.05.2006 – 30 тыс. руб.

14.08.2006 – 100 тыс. руб.

12.03.2007 - ?

Выполнить расчёт последнего платежа а) актуарным методом б) по коммерческому правилу (правилу торговца). Правило расчёта количества дней - АСТ/АСТ.

Обозначения:

P_i ($i = 1,2,3,4$) – сумма процентов, начисленных на оставшуюся сумму долга в i -тый период;

PV – первоначальная сумма долга;

n_i ($i = 1,2,3,4$) – количество лет в i -том периоде;

n – количество лет, на которое выдаётся кредит;

PV_i ($i = 1,2,3$) – остаток суммы долга в $(i + 1)$ периоде;

g – ставка процента;

A_i ($i = 1,2,3,4$) – частичный платёж i -том периоде.

Дано:

$PV = 300$ тыс.

руб.;

$g = 15\%$;

$n_1 = 63/365$ лет;

$n_2 = 180/365$ лет;

$n_3 = 94/365$ лет;

$n = 1,48$ года.

Решение:

а) Определим сумму процентов, начисленных на 15.11.2005 по формуле:
 $P_1 = PVgn_1 = 300 * 0,15 * 63/365 = 7,77$ тыс. руб.

Из первого частичного платежа (18 тыс. руб.) 7,77 тыс. руб. направляется на погашение процентов, а $18 - 7,77 = 10,23$ тыс. руб. – на погашение основного долга. После этого размер основного долга составил $PV_1 = 300 - 10,23 = 289,77$ тыс. руб.

Определим сумму процентов, начисленных на 10.05.2006 по формуле:

Определить:

$A_4 = ?$

$$P_2 = PV_1 m_2 = 289,77 * 0,15 * 180 / 365 = 21,44 \text{ тыс. руб.}$$

Из второго частичного платежа (30 тыс. руб.) 21,44 тыс. руб. направляется на погашение процентов, а $30 - 21,44 = 8,56$ тыс. руб. – на погашение основного долга. После этого размер основного долга составил $PV_2 = 289,77 - 8,56 = 281,21$ тыс. руб.

Определим сумму процентов, начисленных на 14.08.2006 по формуле:

$$P_3 = PV_2 m_3 = 281,21 * 0,15 * 94 / 365 = 10,86 \text{ тыс. руб.}$$

Из третьего частичного платежа (100 тыс. руб.) 10,86 тыс. руб. направляется на погашение процентов, а $100 - 10,86 = 89,14$ тыс. руб. – на погашение основного долга. После этого размер основного долга составил $PV_3 = 281,21 - 89,14 = 192,07$ тыс. руб.

За оставшиеся 213 дней до погашения кредита будут начислены проценты в сумме:

$$P_4 = PV_3 m_4 = 192,07 * 0,15 * 213 / 365 = 16,81 \text{ тыс. руб.}$$

Следовательно, последний платёж составит $192,07 + 16,81 = 208,88$ тыс. руб.

б) Согласно принципу правила торговца, проценты начисляются:

- На сумму основного долга $PV = 300$ тыс. руб. в течение всего срока ссуды (итоговая задолженность составляет $FV = PV(1 + m) = 300 * (1 + 0,15 * 1,48) = 366,6$ тыс. руб.).

- На первый частичный платёж $A_1 = 18$ тыс. руб., сделанный 15.11.2005 (сумма платежа с начисленными процентами составляет $18 + 0,15 * (1,48 - 63/365) * 18 = 21,53$ тыс. руб.).

- На второй частичный платёж $A_2 = 30$ тыс. руб., сделанный 10.05.2006 (сумма платежа с начисленными процентами составляет $30 + 0,15 * (1,48 - 63/365 - 180/365) * 30 = 33,66$ тыс. руб.).

На третий частичный платёж $A_3 = 100$ тыс. руб., сделанный 14.08.2006 (сумма платежа с начисленными процентами составляет $100 + 0,15 * (1,48 - 63/365 - 180/365 - 94/365) * 100 = 108,35$ тыс. руб.).

Сумма всех частичных платежей с начисленными на них процентами равна $21,53 + 33,66 + 108,35 = 163,54$ тыс. руб. Последний (погашающий) платёж A_4 равен разности между величиной итоговой задолженности (366,6 тыс. руб.) и этой суммой и составляет $366,6 - 163,54 = 203,06$ тыс. руб.

Ответ: по актуарному методу последний платёж при приведённых условиях составляет 208,88 тыс. руб., а по правилу торговца – 203,06 тыс. руб.

Источники

1. Четыркин Е.М. Финансовая математика: Учебник. – М.: Дело, 2002. – С.206-208.
2. Конспект лекций С.Р.Беляева.