Готовая контрольная по математике ТулГУ

ВАРИАНТ 9

1. Для определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$ найти дополнительный минор элемента a_{23}.

Решение

$$\Delta_{23} = \begin{vmatrix} 6 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 6\cdot 4\cdot 4 + 2\cdot(-6)\cdot 3 + 2\cdot 0\cdot 4 - 4\cdot 4\cdot 3 - 2\cdot 2\cdot 4 - 0\cdot(-6)\cdot 6 = 96 - 36 + 0 - 48 -$$
$$-16 + 0 = -4$$

Ответ: -4

2. Найти матрицы $[AB]$, $[BA]$, $[A^{-1}]$, если $[A] = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{bmatrix}$

Решение

$$[AB] = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0-14+4 & 15-28+2 & -9-7-10 \\ 0-16+6 & 5-32+3 & -3-8-15 \\ 0-4+6 & 20-8+3 & -12-2-15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & -11 & -26 \\ -10 & -24 & -26 \\ 2 & 15 & -29 \end{bmatrix}$$

$$[BA] = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+5-12 & 0-40+6 & 0+15-9 \\ 6+4+4 & -14-32-2 & 4+12+3 \\ 6+1-20 & -14-8+10 & 4+3-15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & -34 & 6 \\ 14 & -48 & 19 \\ -13 & -12 & -8 \end{bmatrix}$$

Найдём $[A^{-1}]$:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -72 - 84 - 4 + 64 + 18 + 21 = -57$$

$$A_{11} = (-1)^2 \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -24 + 6 = -18 \qquad A_{23} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 3 & -7 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -(-6 + 28) = -22$$

$$A_{12} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -(3 - 12) = 9 \qquad A_{31} = (-1)^4 \begin{vmatrix} -7 & 2 \\ -8 & 3 \end{vmatrix} = -21 + 16 = -5$$

$$A_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & -8 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -2 + 32 = 30 \qquad A_{32} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -(9 - 2) = -7$$

$$A_{21} = (-1)^3 \begin{vmatrix} -7 & 2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -(-21 + 4) = 17 \qquad A_{33} = (-1)^6 \begin{vmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -8 \end{vmatrix} = -24 + 7 = -17$$

$$A_{22} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 8 = 1$$

$$[A^*] = \begin{bmatrix} -18 & 9 & 30 \\ 17 & 1 & -22 \\ -5 & -7 & -17 \end{bmatrix}, \ [A^{*T}] = \begin{bmatrix} -18 & 17 & -5 \\ 9 & 1 & -7 \\ 30 & -22 & -17 \end{bmatrix},$$

$$[A^{-1}] = \frac{1}{\Delta} \cdot [A^{*T}]$$

$$[A^{-1}] = \frac{1}{-57} \begin{bmatrix} -18 & 17 & -5 \\ 9 & 1 & -7 \\ 30 & -22 & -17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-18}{-57} & \frac{17}{-57} & \frac{-5}{-57} \\ \frac{9}{-57} & \frac{1}{-57} & \frac{-7}{-57} \\ \frac{30}{-57} & \frac{-22}{-57} & \frac{-17}{-57} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{6}{19} & -\frac{17}{57} & \frac{5}{57} \\ -\frac{3}{19} & -\frac{1}{57} & \frac{7}{57} \\ -\frac{10}{19} & \frac{22}{57} & \frac{17}{57} \end{bmatrix}$$

Ответ: $[AB] = \begin{bmatrix} -10 & -11 & -26 \\ -10 & -24 & -26 \\ 2 & 15 & -29 \end{bmatrix}$, $[BA] = \begin{bmatrix} -7 & -34 & 6 \\ 14 & -48 & 19 \\ -13 & -12 & -8 \end{bmatrix}$,

$$[A^{-1}] = \begin{bmatrix} \frac{6}{19} & -\frac{17}{57} & \frac{5}{57} \\ -\frac{3}{19} & -\frac{1}{57} & \frac{7}{57} \\ -\frac{10}{19} & \frac{22}{57} & \frac{17}{57} \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместимость системы уравнений и в случае совместности решить её по правилу Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \end{cases}$$

Решение

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -3 & 5 & 6 \\ 1 & -4 & -2 \end{vmatrix} = -30 + 6 + 12 - 5 + 72 - 6 = 49 \neq 0$$

Так как $\Delta \neq 0$, то система совместна и имеет единственное решение.

Решим систему методом Крамера:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 36 & 5 & 6 \\ -19 & -4 & -2 \end{vmatrix} = 40 - 114 - 144 + 95 - 96 + 72 = -147$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & -4 & 1 \\ -3 & 36 & 6 \\ 1 & -19 & -2 \end{vmatrix} = -216 - 24 + 57 - 36 + 342 + 24 = 147$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 \\ -3 & 5 & 36 \\ 1 & -4 & -19 \end{vmatrix} = -285 + 36 - 48 + 20 + 432 - 57 = 98$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-147}{49} = -3$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{147}{49} = 3$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{98}{49} = 2$$

Ответ: $(-3,3,2)$

4. Доказать, что векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора $\overline{d}$ в этом базисе:

$$\overline{a} = \{5,3,2\},\ \overline{b} = \{2,-5,1\},\ \overline{c} = \{-7,4,-4\},\ \overline{d} = \{36,1,15\}$$

Решение

Вычислим определитель матрицы перехода, составленной из координат векторов $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$:

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 2 & -5 & 1 \\ -7 & 4 & -4 \end{vmatrix} = 100-21+16-70-20+24=29\neq 0$$

Так как определитель матрицы перехода не равен нулю, то ранг этой матрицы равен трем и из теоремы о базисном миноре следует, что векторы $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ линейно независимы и могут быть приняты в качестве базиса пространства R^3.

Пусть x_1,x_2,x_3 - координаты вектора $\overline{d}$ в базисе $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ тогда, согласно теореме о разложении вектора по базису в пространстве, имеем

$$\overline{d}=x_1\overline{a}+x_2\overline{b}+x_3\overline{c}$$

$$x_1\cdot\begin{pmatrix}5\\3\\2\end{pmatrix}+x_2\cdot\begin{pmatrix}2\\-5\\1\end{pmatrix}+x_3\cdot\begin{pmatrix}-7\\4\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}36\\1\\15\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}5x_1+2x_2-7x_3=36\\3x_1-5x_2+4x_3=1\\2x_1+x_2-4x_3=15\end{cases}$$

Решим систему методом Крамера:

$$\Delta=\begin{vmatrix}5 & 2 & -7\\3 & -5 & 4\\2 & 1 & -4\end{vmatrix}=29$$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}36 & 2 & -7\\1 & -5 & 4\\15 & 1 & -4\end{vmatrix}=720+120-7-525-144+8=172$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}5 & 36 & -7\\3 & 1 & 4\\2 & 15 & -4\end{vmatrix}=-20+288-315+14-300+432=99$$

$$\Delta_3=\begin{vmatrix}5 & 2 & 36\\3 & -5 & 1\\2 & 1 & 15\end{vmatrix}=-375+4+108+360-5-90=2$$

$$x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{172}{29}$$

$$x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{99}{29}$$

$$x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{2}{29}$$

Ответ: $\left(\dfrac{172}{29};\dfrac{99}{29};\dfrac{2}{29}\right)$

5. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-7,-6,-5), B(5,1,-3), C(8,-4,0), D(3,4,-7)$. Найти объём пирамиды и длину высоты, опущенной из вершины A.

Решение

Найдём объём пирамиды $ABCD$ по формуле:

$$V=\frac{1}{6}\left|\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AD}\right|$$

$\overline{AB}=(5+7;1+6;-3+5)=(12;7;2)$

$\overline{AC}=(8+7;-4+6;0+5)=(15;2;5)$

$\overline{AD}=(3+7;4+6;-7+5)=(10;10;-2)$

$$\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AD}=\begin{vmatrix}12 & 7 & 2\\ 15 & 2 & 5\\ 10 & 10 & -2\end{vmatrix}=-48+350+300-40-600+210=172$$

$$V=\frac{1}{6}\left|\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AD}\right|=\frac{1}{6}|172|=\frac{172}{6}=\frac{86}{3}$$

Найдём площадь грани BCD по формуле:

$$S_{\Delta BCD}=\frac{1}{2}\left|\overline{BC}\times\overline{BD}\right|$$

$\overline{BC}=(8-5;-4-1;0+3)=(3;-5;3)$

$\overline{BD}=(3-5;4-1;-7+3)=(-2;3;-4)$

$$\overline{BC}\times\overline{BD}=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ 3 & -5 & 3\\ -2 & 3 & -4\end{vmatrix}=20\bar{i}-6\bar{j}+9\bar{k}-10\bar{k}-9\bar{i}+12\bar{j}=11\bar{i}+6\bar{j}-\bar{k}$$

$$\left|\overline{BC}\times\overline{BD}\right|=\sqrt{11^2+6^2+(-1)^2}=\sqrt{121+36+1}=\sqrt{158}$$

$$S_{\Delta BCD}=\frac{1}{2}\left|\overline{BC}\times\overline{BD}\right|=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{158}=\frac{\sqrt{158}}{2}$$

Найдём длину высоты, опущенной из вершины A:

$$V=\frac{1}{3}S_{\Delta BCD}\cdot H\Rightarrow H=\frac{3V}{S_{\Delta BCD}}=\frac{3\cdot\frac{86}{3}}{\frac{\sqrt{158}}{2}}=\frac{86\cdot 2}{\sqrt{158}}=\frac{172}{\sqrt{158}}=\frac{172\sqrt{158}}{158}=\frac{86\sqrt{158}}{79}$$

Ответ: $V=\frac{86}{3}$, $H=\frac{86\sqrt{158}}{79}$

6. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3, если $M_1(3{,}10{,}-1)$, $M_2(-2{,}3{,}-5)$, $M_3(-6{,}0{,}-3)$, $M_0(-6{,}7{,}-10)$.

Решение

$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0$ - уравнение плоскости, проходящей через три точки (x_1,y_1,z_1), (x_2,y_2,z_2) и (x_3,y_3,z_3).

$$\begin{vmatrix} x-3 & y-10 & z+1 \\ -2-3 & 3-10 & -5+1 \\ -6-3 & 0-10 & -3+1 \end{vmatrix}=0$$

$$\begin{vmatrix} x-3 & y-10 & z+1 \\ -5 & -7 & -4 \\ -9 & -10 & -2 \end{vmatrix}=0$$

$$14(x-3)+36(y-10)+50(z+1)-63(z+1)-40(x-3)-10(y-10)=0$$

$$-26(x-3)+26(y-10)-13(z+1)=0$$

$$-26x+78+26y-260-13z-13=0$$

$$-26x+26y-13z-195=0\ (:(-13))$$

$$2x-2y+z+15=0$$

$2x-2y+z+15=0$ - уравнение плоскости $M_1M_2M_3$

Найдём расстояние от точки M_0 до плоскости по формуле:

$d=\frac{|A\cdot x_0+B\cdot y_0+C\cdot z_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$, где $Ax+By+Cz+D=0$ - уравнение плоскости, (x_0,y_0,z_0) - координаты точки M_0.

$$d=\frac{|2\cdot(-6)+(-2)\cdot 7+1\cdot(-10)+15|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{|-12-14-10+15|}{\sqrt{4+4+1}}=\frac{|-21|}{\sqrt{9}}=\frac{21}{3}=7$$

Ответ: 7

7. Написать каноническое уравнение прямой $4x+y-3z+2=0$, $2x-y+z-8=0$.

Решение

Найдём координаты двух точек, принадлежащих одновременно двум плоскостям.

Если $z=0$, то:

$$\begin{cases}4x+y-0+2=0\\2x-y+0-8=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x+y=-2\\2x-y=8\end{cases}\Rightarrow 6x=6\Rightarrow x=1,\ y=2x-8=2-8=-6\Rightarrow A_1(1;-6;0).$$

Если $z=1$, то:

$$\begin{cases}4x+y-3+2=0\\2x-y+1-8=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x+y=1\\2x-y=7\end{cases}\Rightarrow 6x=8\Rightarrow x=\frac{8}{6}=\frac{4}{3},\ y=2x-7=\frac{8}{3}-7=\frac{8-21}{3}=-\frac{13}{3}\Rightarrow$$

$$A_2(\frac{4}{3};-\frac{13}{3};1)$$

Составим каноническое уравнение прямой:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

$$\frac{x-1}{\frac{4}{3}-1}=\frac{y-(-6)}{-\frac{13}{3}-(-6)}=\frac{z-0}{1-0}$$

$$\frac{x-1}{\frac{1}{3}}=\frac{y+6}{-\frac{13}{3}+\frac{18}{3}}=\frac{z}{1}$$

$$\frac{x-1}{\frac{1}{3}}=\frac{y+6}{\frac{5}{3}}=\frac{z}{1}$$

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+6}{5}=\frac{z}{3}$$

Ответ: $\frac{x-1}{1}=\frac{y+6}{5}=\frac{z}{3}$

8. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническим уравнением, и плоскости $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{0}=\frac{z-1}{-1}$, $3x-2y-4z-8=0$.

Решение

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{0}=\frac{z-1}{-1}=t$$

$$\begin{cases} x-1=t \\ y+1=0 \\ z-1=-t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=t+1 \\ y=-1 \\ z=-t+1 \end{cases}$$

$$3x-2y-4z-8=0 \Rightarrow 3(t+1)-2(-1)-4(-t+1)-8=0$$

$$3t+3+2+4t-4-8=0$$

$$7t-7=0$$

$$7t=7$$

$$t=1$$

Таким образом, точка пересечения прямой и плоскости имеет координаты:

$$\begin{cases} x=1+1=2 \\ y=-1 \\ z=-1+1=0 \end{cases}$$

Ответ: $(2;-1;0)$

9. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{-x^2-x+2}$.

Решение

$$\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{-x^2-x+2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{3(x+\frac{1}{3})(x-1)}{-(x^2+x-2)}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x+\frac{1}{3})(x-1)}{-(x+2)(x-1)}=-\lim_{x\to 1}\frac{3x+1}{x+2}=-\frac{3+1}{1+2}=$$
$$=-\frac{4}{3}$$

$$3x^2-2x-1=0$$

$$D=2^2-4\cdot 3\cdot(-1)=4+12=16$$

$$x_1 = \frac{2-4}{2\cdot 3} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$
$$x_2 = \frac{2+4}{2\cdot 3} = \frac{6}{6} = 1$$

Ответ: $-\frac{4}{3}$

10. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-x^2+3x+1}{2x^2-x+10}$.

Решение

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-x^2+3x+1}{2x^2-x+10} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2(-1+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2})}{x^2(2-\frac{1}{x}+\frac{10}{x^2})} = \lim_{x\to\infty}\frac{-1+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}{2-\frac{1}{x}+\frac{10}{x^2}} = \frac{-1+0+0}{2-0+0} = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

11. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}$.

Решение

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 5}\frac{(\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6})(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+6})}{2(x+\frac{3}{2})(x-5)(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+6})} =$$

$$= \lim_{x\to 5}\frac{2x+1-x-6}{2(x+\frac{3}{2})(x-5)(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+6})} = \lim_{x\to 5}\frac{x-5}{2(x+\frac{3}{2})(x-5)(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+6})} =$$

$$= \lim_{x\to 5}\frac{1}{(2x+3)(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+6})} = \frac{1}{(2\cdot 5+3)(\sqrt{11}+\sqrt{11})} = \frac{1}{13\cdot 2\sqrt{11}} = \frac{1}{26\sqrt{11}}$$

$$2x^2-7x-15=0$$
$$D=(-7)^2-4\cdot 2\cdot(-15)=49+120=169$$
$$x_1 = \frac{7-13}{2\cdot 2} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$x_2 = \frac{7+13}{2\cdot 2} = \frac{20}{4} = 5$

Ответ: $\frac{1}{26\sqrt{11}}$

12. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{tg3x}$.

Решение

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{tg3x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{\left(e^{2x}-1\right)'}{\left(tg3x\right)'} = \lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}\cdot 2-0}{\frac{1}{\cos^2 3x}\cdot 3} = \frac{e^0\cdot 2}{\frac{1}{1^2}\cdot 3} = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{2}{3}$

13. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x}{2x-3}\right)^{4x}$.

Решение

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x}{2x-3}\right)^{4x} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-3+3}{2x-3}\right)^{4x} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{2x-3}\right)^{4x} = \lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{3}{2x-3}\right)^{\frac{2x-3}{3}}\right)^{\frac{3}{2x-3}\cdot 4x} =$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{12x}{2x-3}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{12x}{x(2-\frac{3}{x})}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{12}{2-\frac{3}{x}}} = e^{\frac{12}{2-0}} = e^6$$

Ответ: e^6

14. Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0:

$$y = 2x^2 - 3x + 1,\ \ x_0 = 1$$

Решение

Уравнение нормали имеет вид: $y = y_0 - \frac{1}{y'(x_0)}(x - x_0)$.

$y_0 = 2\cdot 1^2 - 3\cdot 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$

$y' = 2\cdot 2x - 3\cdot 1 + 0 = 4x - 3$

$y'(1) = 4 \cdot 1 - 3 = 1$

Подставим:

$$y = 0 - \frac{1}{1}(x-1) = -(x-1) = -x+1$$

Ответ: $y = -x+1$

15. Найти дифференциал функции в точке с абсциссой x_0:

$$y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1+\cos^4 x}), \; x_0 = \frac{\pi}{2}$$

Решение

$$y' = \left(\ln(\cos^2 x + \sqrt{1+\cos^4 x})\right)' = \frac{1}{\cos^2 x + \sqrt{1+\cos^4 x}} \cdot (\cos^2 x + \sqrt{1+\cos^4 x})' = \frac{1}{\cos^2 x + \sqrt{1+\cos^4 x}} \cdot$$

$$\cdot (2\cos x \cdot (-\sin x) + \frac{1}{2\sqrt{1+\cos^4 x}} \cdot (0 + 4\cos^3 x \cdot (-\sin x))) = \frac{1}{\cos^2 x + \sqrt{1+\cos^4 x}} \cdot (-2\cos x \cdot \sin x -$$

$$- \frac{2\cos^3 x \cdot \sin x}{\sqrt{1+\cos^4 x}})$$

$$y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{2} + \sqrt{1+\cos^4 \frac{\pi}{2}}} \cdot (-2\cos\frac{\pi}{2} \cdot \sin\frac{\pi}{2} - \frac{2\cos^3 \frac{\pi}{2} \cdot \sin\frac{\pi}{2}}{\sqrt{1+\cos^4 \frac{\pi}{2}}}) = \frac{1}{0^2 + \sqrt{1+0^4}} \cdot (-2 \cdot 0 \cdot 1 -$$

$$- \frac{2 \cdot 0^3 \cdot 1}{\sqrt{1+0^4}}) = 1 \cdot (-0-0) = 0$$

$$dy = y'(x_0)dx = 0 \cdot dx = 0$$

Ответ: 0